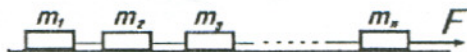


ЈУГОСЛОВЕНСКО ДРУШТВО ФИЗИЧАРА
37. САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

VII разред

1. На стрмој равни нагибног угла $\alpha = 30^\circ$ налази се даска масе $m_1 = 4 \text{ kg}$, а на дасци тело масе $m_2 = 1 \text{ kg}$. Коефицијент трења између даске и тела је $k_2 = 0,1$, а између даске и стрме равни $k_1 = 0,2$. Претпостављајући да су почетне брзине једнаке нули, наћи убрзање даске (a_1) и убрзање тела (a_2), при томе узети да је $a_2 > a_1 > 0$.
2. Систем од n различитих тела маса $m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_n$ повезаних једнаким неистегљивим нитима убрзано се креће по хоризонталној подлози, под дејством силе F . Наћи формулу за силу затезања било које нити (рецимо i -те нити) ако је коефицијент трења између било ког тела и подлоге исти.
3. Залеђена страна брда нагнута је према хоризонтали за угао $\alpha = 30^\circ$. Уз њу се креће камен одоздо навише и за време $t = 3 \text{ s}$, пређе растојање $S = 24 \text{ m}$, а затим клизи наниже. Колико ће времена t_1 трајати клизање камена наниже, до почетног положаја? Одредити коефицијент трења.
4. На коју максималну висину се може попети човек масе 60 kg по лествицама које су постављене уз вертикални идеално глатки зид под углом $\alpha = 30^\circ$ у односу на тај зид. Маса лествица је 20 kg , а дужина три метра. Коефицијент трења између лествица и подлоге (земље) је $\mu = 0,5$. Може се сматрати да су лествице израђене од хомогеног материјала и да се тежиште лествица налази на средини њихове дужине.
5. Оловни метак који лети брзином $v_1 = 400 \text{ m/s}$ погађа челичну плочу и одскаче од ње брзином $v_2 = 300 \text{ m/s}$. Који део метка ће се истопити уколико је температура метка непосредно пре удара била $t_1 = 107^\circ\text{C}$? У топлоту је претворено $\eta = 80\%$ укупног рада који је извршен при удару? Специфична топлота олова је $c = 126 \text{ J/(kgK)}$, топлота топљења олова $\lambda = 25 \text{ kJ/kg}$, а температура топљења олова $t_2 = 327^\circ\text{C}$. Претпоставити да се истопљено олово налази унутар метка и да одлеће заједно с њим.



Напомена: За убрзање Земљине теже узети $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Сваки задатак носи 20 поена.

Задатке припремио: др Иван Манчев;

Рецензент: др Мирослав Николић

Председник комисије: др Надежда Новаковић

ЈУГОСЛОВЕНСКО ДРУШТВО ФИЗИЧАРА
37. САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

Решење задатака

VII разред

1. На основу једначина кретања

$$m_2 g \frac{1}{2} - k_2 m_2 g \frac{\sqrt{3}}{2} = m_2 a_2, \quad m_1 g \frac{1}{2} + k_2 m_2 g \frac{\sqrt{3}}{2} - k_1 (m_1 + m_2) g \frac{\sqrt{3}}{2} = m_1 a_1$$

налазимо тражена убрзања

$$a_2 = g \left(\frac{1}{2} - k_2 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 4,13 m/s^2$$

$$a_1 = g \frac{1}{2} + \left[k_2 \frac{m_2}{m_1} - k_1 \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \right] g \frac{\sqrt{3}}{2} = 3,05 m/s^2.$$

2. Напишемо n једначина кретања за свако тело:

$$T_1 - k m_1 g = m_1 a, \quad T_2 - T_1 - k m_2 g = m_2 a, \quad T_3 - T_2 - k m_3 g = m_3 a, \quad \dots$$

$$T_i - T_{i-1} - k m_i g = m_i a, \quad \dots, \quad F - T_{n-1} - k m_n g = m_n a.$$

Сабирањем свих n једначина добијамо $F - k(m_1 + m_2 + \dots + m_n)g = (m_1 + m_2 + \dots + m_n)a$ односно

$$(1) \quad F = (kg + a)(m_1 + m_2 + \dots + m_n),$$

док сабирањем првих i једначина имамо

$$(2) \quad T_i = (kg + a)(m_1 + m_2 + \dots + m_i).$$

Из једначина (1) и (2) налазимо тражену формулу

$$T_i = F \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_i}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}.$$

3. На основу једначине кретања камена навише $\frac{1}{2} m g + \mu m g \frac{\sqrt{3}}{2} = m a_1$ и наниже $\frac{1}{2} m g - \mu m g \frac{\sqrt{3}}{2} = m a_2$, за убрзања можемо да пишемо $a_1 = g \left(\frac{1}{2} + \mu \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ и $a_2 = g \left(\frac{1}{2} - \mu \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$. Како је $S = \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{1}{2} a_2 t_1^2$ следи да је

$$\frac{1}{2} + \mu \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2S}{gt^2},$$

$$\frac{1}{2} - \mu \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2S}{gt_1^2}.$$

Сабирањем претходних једначина налазимо

$$t_1 = t \sqrt{\frac{S}{gt^2/2 - S}} = 3,21 \text{ s.}$$

Коефицијент трења налазимо нпр. из релације

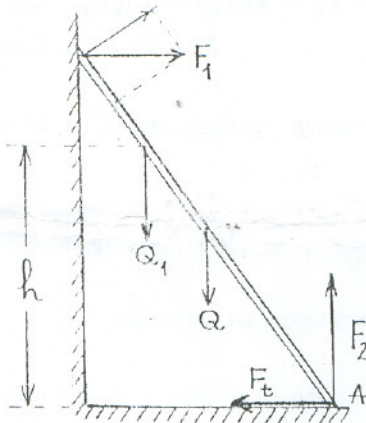
$$\mu \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2S}{gt^2} - \frac{1}{2} \quad \text{и он износи} \quad \mu = 0,038.$$

4. На основу услова за равнотежу лествица имамо (видети слику):

$$F_1 = F_t, \quad F_2 = Q + Q_1,$$

$$F_1 l \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{Q l}{2} - \frac{Q_1 2h}{2 \sqrt{3}} = 0,$$

где је сила трења $F_t = \mu F_2 = \mu(Q + Q_1)$. Укупни момент сила рачунат је у односу на тачку А.



Слика

Сређивањем претходних релација за тражену висину имамо:

$$h = \frac{3}{2} \mu l \left(\frac{Q}{Q_1} + 1 \right) - \frac{Q l \sqrt{3}}{4} = 2,6 \text{ m.}$$

5. На основу релација $Q = \eta A = \eta(mv_1^2/2 - mv_2^2/2)$ и $Q = mc(t_2 - t_1) + \lambda \Delta m$ следи $\eta(mv_1^2/2 - mv_2^2/2) = mc(t_2 - t_1) + \lambda \Delta m$ односно

$$\frac{\Delta m}{m} = \left[\frac{\eta(v_1^2 - v_2^2)}{2} - c(t_2 - t_1) \right] \frac{1}{\lambda}.$$

Заменом бројних вредност добија се $\Delta m/m = 0,0112$.