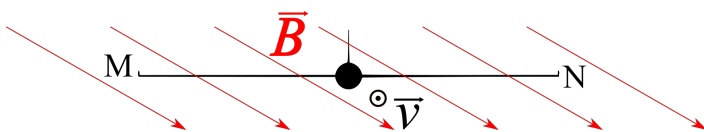


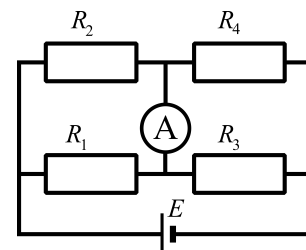


III разред

- Брзиномер у аутомобилу скоро никада не показује праву вредност брзине кретања возила. Заправо, брзина коју показује брзиномер не сме да буде већа од стварне брзине кретања возила. Главни разлог овог неслагања је та што се приказана брзина прерачунава преко броја обртаја точкова. За сваки тип аутомобила је прописана и величина гуме коју тај аутомобил треба да користи, и разлика између полупречника препоручене и алтернативне димензије гума не би требало да прелази од  $-3\%$  до  $+3\%$ . Марко и Стефан возе исти тип аутомобила. Уколико је Марко ставио нове гуме чији је полупречник за  $3\%$  већи од препоручених, и познато је да његов брзиномер показује тачну вредност, колика ће бити права брзина Стефановог аутомобила на аутопуту, уколико је он ставио гуме чији је полупречник за  $3\%$  мањи од препорученог. Оба возача возе своје аутомобиле тако да оба брзиномера показују брзину од  $v = 120 \text{ km/h}$ . (20 поена)
- За постизање јаких магнетних поља, како у лабораторијским условима тако и у применама попут нуклеарне магнетне резонанце, често се користе суперпроводни електромагнети. За разлику од обичних (резистивних), суперпроводне електромагнете је могуће, помоћу одговарајућег кола - суперпроводног „прекидача”, довести у режим „сталне струје” у коме струја тече кроз суперпроводни калем (електромагнет) кратко спојен суперпроводном жицом што омогућава континуирану употребу без утрошка електричне енергије. Суперпроводност (у оквирима овог проблема је задовољавајуће суперпроводник посматрати као идеалан проводник) се јавља само на ниским температурама, те је овакав електромагнет потребно охладити близу апсолутне нуле, што се у пракси најчешће ради течним хелијумом (течни хелијум има температуру  $T = 4,2 \text{ K}$  и латентну топлоту испаравања  $\lambda = 21 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ). Приликом промене струје у суперпроводном солениду брзином од  $\frac{dI}{dt} = 25 \frac{\text{mA}}{\text{s}}$  на његовим крајевима се може измерити напон  $V = 0,1 \text{ V}$ . Ако суперпроводни електромагнет изненада пређе у нормално (резистивно) стање сва енергија складиштена у њему ће бити предана течном хелијуму у виду топлоте. Ако је струја у електромагнету пре хаваријског догађаја била  $I = 25 \text{ A}$ , колика је маса хелијума који пређе у гасовито стање? Узети да хелијум мења агрегатно стање на температури  $T = 4,2 \text{ K}$ . (20 поена)
- Авион се креће у правцу исток - запад брзином константног интензитета  $v = 900 \text{ km/h}$ , тако да су му крила (направљена од метала) све време у хоризонталној равни. Интензитет вектора магнетне индукције Земљиног магнетног поља кроз који се авион креће је  $B = 50 \mu\text{T}$ . Распон крила авиона је  $d = 40 \text{ m}$ .
  - Уколико је правац вектора магнетне индукције у области кретања авиона такав да заклапа угао  $\alpha = 60^\circ$  са вертикалом (слика), одредити разлику потенцијала између тачака  $M$  и  $N$  на најудаљенијим крајевима крила авиона.
  - Имајући у виду да магнетно поље Земље изгледа приближно као поље шипкастог сталног магнета који би се унутар Земљине кугле пружао у правцу север - југ, упоредити апсолутне вредности напона између крајева крила на екватору и у околини Београда (шта је веће). Сматрати да авион и у овом случају лети у правцу исток - запад и да су му крила у хоризонталној равни, односно да су паралелна са површином Земље. (20 поена)
- На затвореном гвозденом језгру налазе се два намотаја - примарни и секундарни, који имају непознат број навојака  $n_1$  и  $n_2$ , респективно. Однос ефективних вредности напона на примару и секундару је  $x$ . Уколико се и примару и секундару дода  $n$  навојака, однос ефективних напона на примару и секундару ће бити  $y$ . Одредити почетне бројеве навојака  $n_1$  и  $n_2$ . (20 поена)
- На слици је представљен Витстонов мост. Сва четири отпорника у Витстоновом мосту имају исту отпорност  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0$ , док се отпорност амперметра као и унутрашња отпорност извора могу занемарити. Уколико први отпорник у колу прегори, колико пута ће се променити интензитет струје кроз трећи отпорник? (20 поена)



Слика уз задатак 3.



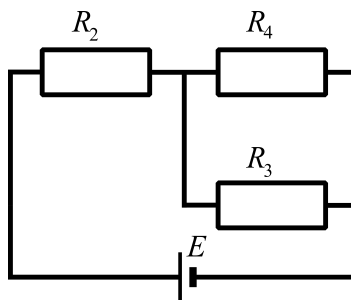
Слика уз задатак 5.

Задатке припремили: Марко Кузмановић, Universite Paris-Sud, Француска  
Стефан Шушњар, Politecnico di Milano, Италија

Рецензент: др Владан Павловић, Приородно-математички факултет, Ниш

Председник Комисије за такмичења средњих школа: др Божидар Николић, Физички факултет, Београд

- Пошто се права брзина аутомобила рачуна преко броја обртаја точка, односно преко угаоне брзине, она је дата преко релације  $v_i = \omega R_i$  [2п]. Полупречник Марковог точка је  $R_M = r(1 + \delta)$  [2п], а Стефановог  $R_S = r(1 - \delta)$  [2п], па су њихове брзине  $v_M = \omega r(1 + \delta)$  [3п] и  $v_S = \omega r(1 - \delta)$  [3п]. Дељењем ове две брзине добија се колико је пута брзина Стефановог аутомобила мања од Марковог, односно од праве брзине кретања  $v_S = v_M \frac{1 - \delta}{1 + \delta}$  [4п]. Брзина Стефановог аутомобила је дакле  $v_S = 113 \text{ km/h}$  [4п].
- За индуктивни елемент важи  $V = L \frac{dI}{dt}$  [5п], па је по условима задатка индуктивност суперпроводног калема  $L = 4 \text{ H}$  [2п]. Енергија магнетног поља у калему је  $E = \frac{1}{2} LI^2$  [6п], па заменом вредности  $I = 25 \text{ A}$  и добијене индуктивности добијамо да је енергија складиштена у калему (пре инцидента)  $E = 1,25 \text{ kJ}$  [2п]. Стога је маса ослобођеног хелијума једнака  $m = \frac{E}{\lambda}$  [3п], односно бројчано  $m = 59,5 \text{ g}$  [2п].
- При тренутној вредности вектора јачине електричног поља  $\vec{E}$ , на слободне електроне делује Лоренцова сила  $\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$  и усмерава их ка врху једног од два крила [3п]. У равнотежном стању, електрично поље је  $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$  [2п]. Интензитет електричног поља је  $E = vB \cos \alpha = 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$  [3п], а смер је од тачке N према M [2п]. (а) Разлика потенцијала је  $U_{NM} = \varphi_N - \varphi_M = Ed = 0,25 \text{ V}$  [2п] + [1п]. (б) Јасно је да је на екватору правац вектора магнетне индукције такав да никаква сила неће усмеравати наелектрисања од једног према другом крају крила авиона ( $\cos \alpha = 0$ ). Стога неће бити нагомиланог наелектрисања, па ће и вредност успостављеног поља бити 0, а самим тим неће бити електричног напона. Дакле, у случају лета у околини Београда (око 45 степени северне географске ширине), индукована разлика потенцијала између крајева крила ће бити већа по апсолутној вредности него у случају лета на екватору [7п].
- По услови задатка важи да је  $x = U_1/U_2 = n_1/n_2$  [3п] и  $y = U'_1/U'_2 = \frac{n_1+n}{n_2+n}$  [3п]. Решавањем овог система две једначине са две непознате, директно се добија  $n_2 = n \frac{1-y}{y-x}$  [7п] и  $n_1 = n_2 x = n \frac{1-y}{y-x} x$  [7п].
- Еквивалентна отпорност кола пре прегоревања отпорника у случају када кроз амперметар не протиче струја је  $R_e = R_0$  [4п], па је укупна струја кроз извор је једнака  $I = \frac{E}{R_0}$  [2п]. Струја која протиче кроз трећи отпорник је у том случају једнака  $I_3 = \frac{E}{2R_0}$  [2п]. Када први отпорник прегори, добићемо ново коло чија је шема приказана на слици. Еквивалентна отпорност овог кола је сада  $R'_e = \frac{3R_0}{2}$  [4п], па је укупна струја кроз извор једнака  $I' = \frac{E}{R'_e} = \frac{2E}{3R_0}$  [2п]. Ова струја се дели на два једнака дела, па је струја кроз трећи отпорник једнака  $I'_3 = \frac{E}{3R_0}$  [2п]. Дељењем јачина струје кроз трећи отпорник након и пре прегоревања се онда добија да је  $\frac{I'_3}{I_3} = \frac{2}{3}$  [4п].

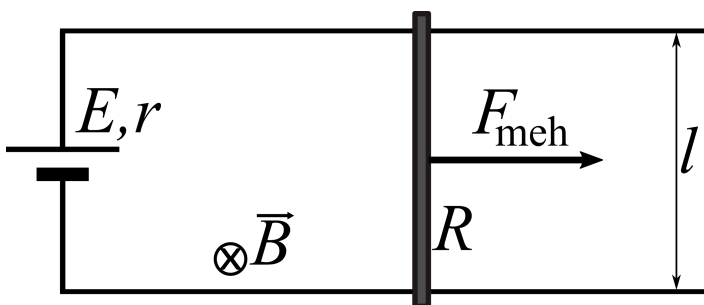


Слика уз задатак 5.

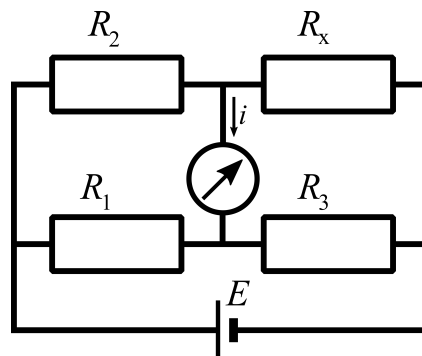


III разред

- Брзиномер у аутомобилу скоро никада не показује праву вредност брзине кретања возила. Заправо, брзина коју показује брзиномер не сме да буде већа од стварне брзине кретања возила. Главни разлог овог неслагања је та што се приказана брзина прерачунава преко броја обртаја точкава. За сваки тип аутомобила је прописана и величина гуме коју тај аутомобил треба да користи, и разлика између полупречника препоручене и алтернативне димензије гума не би требало да прелази од  $-3\%$  до  $+3\%$ . Марко и Стефан возе исти тип аутомобила. Уколико је Марко ставио нове гуме чији је полупречник за  $3\%$  већи од препоручених, и познато је да његов брзиномер показује тачну вредност, колика ће бити права брзина Стефановог аутомобила на аутопуту, уколико је он ставио гуме чији је полупречник за  $3\%$  мањи од препорученог. Оба возача возе своје аутомобиле тако да оба брзиномера показују брзину од  $v = 120 \text{ km/h}$ . (20 поена)
- За постизање јаких магнетних поља, како у лабораторијским условима тако и у применама попут нуклеарне магнетне резонанце, често се користе суперпроводни електромагнети. За разлику од обичних (резистивних), суперпроводне електромагнете је могуће, помоћу одговарајућег кола - суперпроводног „прекидача”, довести у режим „сталне струје” у коме струја тече кроз суперпроводни калем (електромагнет) кратко спојен суперпроводном жицом што омогућава континуирану употребу без утрошка електричне енергије. Суперпроводност (у оквирима овог проблема је задовољавајуће суперпроводник посматрати као идеалан проводник) се јавља само на ниским температурама, те је овакав електромагнет потребно охладити близу апсолутне нуле и на тој температури одржавати, што се у пракси најчешће ради ураћањем калема у суд напуњен течним хелијумом (чије су особине при атмосферском притиску  $P = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T = 4,2 \text{ K}$ ,  $\rho = 125 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $M_r = 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  и латентна топлота испаравања  $\lambda = 21 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ). Приликом промене струје у суперпроводном солениду брзином од  $\frac{dI}{dt} = 25 \frac{\text{mA}}{\text{s}}$  на његовим крајевима се може измерити напон  $V = 0,1 \text{ V}$ . Ако суперпроводни електромагнет изненада пређе у нормално (резистивно) стање сва енергија складиштена у њему ће бити предана течном хелијуму у виду топлоте. Ако је струја у електромагнету пре хаваријског догађаја била  $I = 25 \text{ A}$ , колика је запремина гаса хелијума који се ослободи? Сматрати да је лабораторија на  $T_{LAB} = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ , иделана гасна константа износи  $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K}}$  и да хелијум мења агрегатно стање на температури  $T = 4,2 \text{ K}$  и да на крају заврши, услед термодинамичке равнотеже, на притиску и температури окружења. (20 поена)
- У хоризонталној равни налазе се две паралелне, веома дугачке проводне шине, на међусобном растојању  $l$ . На левом крају, између шина је прикључен извор сталног напона електромоторне силе  $E$  и унутрашње отпорности  $r$ , док се на десној страни налази метална шипка масе  $m$  и отпорности  $R$  која може да клизи по шинама без трења, одржавајући контакт са њима. У тренутку  $t = 0$  на шипку почне да делује константна механичка сила  $F_{meh}$  удесно. У простору између шина постоји хомогено магнетно поље индукције  $B$  усмерено у правцу и смеру убрзања Земљине теже. Одредити снагу механичке силе након довољно дугог времена (у стационарном стању), када се брзина шипке више не мења. Колика је тада струја у колу? Скицирати график зависности струје у колу од времена  $i(t)$  у односу на изабрани референтни смер и означити све значајне вредности на обе осе. На шта се све троши механичка снага и каква је улога извора  $E$ ? Отпорност шина је занемарљива, као и самоиндукција проводне контуре. (20 поена)
- На затвореном гвозденом језгру налазе се два намотаја - примарни и секундарни, који имају непознат број навојака  $n_1$  и  $n_2$ , респективно. Однос ефективних вредности напона на примару и секундару је  $x$ . Уколико се и примару и секундару дода  $n$  навојака, однос ефективних напона на примару и секундару ће бити  $y$ . Одредити почетне бројеве навојака  $n_1$  и  $n_2$ . (20 поена)



Слика уз задатак 3.

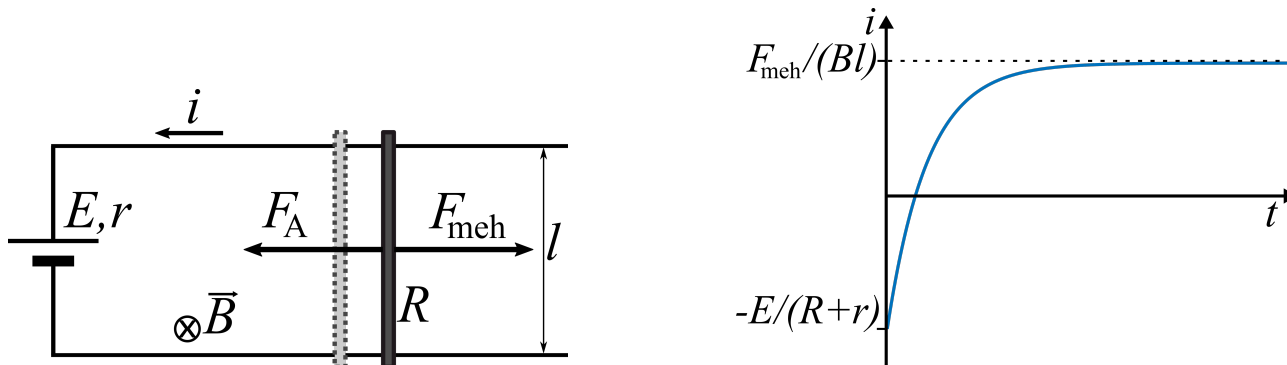


Слика уз задатак 5.



5. Болометар је уређај намењен за детектовање електромагнетног зрачења. Принцип рада се заснива на загревању одређених делова система услед апсорпције енергије зрачења, и као последица тог загревања, долази до промене електричне отпорности која се може одредити мерењем струје у електричном колу болметра. У овом задатку, електрично коло је Витстонов мост (слика) са непроменљивим отпорностима  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  и отпорником  $R_x$ , чија отпорност зависи од температуре  $T$  по закону:  $R_x = R_0(1 + \alpha(T - T_0))$ , где је  $\alpha$  температурски коефицијент отпорности, а  $T_0$  температура отпорника када систем није изложен електромагнетном зрачењу. Отпорник  $R_x$  је бакарна жица пречника  $2r$  и дужине  $L$ . Густина бакра је  $\rho$ , специфична проводност је  $\sigma$ , док је специфични топлотни капацитет  $c$ . Вредности електромоторне силе  $E$  и коефицијента  $\alpha$  су познате и важи  $\alpha(T - T_0) \ll 1$  у области рада болметра. Ако је  $R_1 = R_2 = R_3 = R_0$ , одредити вредност количника  $R_i = i/Q$  струје  $i$  која пролази кроз галванометар занемарљиве отпорности и количине топлоте  $Q$  која се доводи отпорнику  $R_x$ . Унутрашњу отпорност извора занемарити. (20 поена)

1. Пошто се права брзина аутомобила рачуна преко броја обртаја точка, односно преко угаоне брзине, она је дата преко релације  $v_i = \omega R_i$  [2п]. Полупречник Марковог точка је  $R_M = r(1 + \delta)$  [2п], а Стефановог  $R_S = r(1 - \delta)$  [2п], па су њихове брзине  $v_M = \omega r(1 + \delta)$  [3п] и  $v_S = \omega r(1 - \delta)$  [3п]. Делјењем ове две брзине добија се колико је пута брзина Стефановог аутомобила мања од Марковог, односно од праве брзине кретања  $v_S = v_M \frac{1 - \delta}{1 + \delta}$  [4п]. Брзина Стефановог аутомобила је дакле  $v_S = 113 \text{ km/h}$  [4п].
2. За индуктивни елемент важи  $V = L \frac{dI}{dt}$  [3п], па по условима задатка индуктивност суперпроводног калема је  $L = 4 \text{ H}$  [2п]. Енергија магнетног поља у калему је  $E = \frac{1}{2} LI^2$  [3п], па заменом вредности  $I = 25 \text{ A}$  и добијене индуктивности добијамо да је енергија складиштена у калему (пре инцидента)  $E = 1,25 \text{ kJ}$  [2п]. Стога је маса ослобођеног хелијума једнака  $m = \frac{E}{\lambda}$  [2п], односно бројчано  $m = 59,5 \text{ g}$  [2п]. Број молова испареног хелијума је  $N = \frac{m}{M_r} = 14,88 \text{ mol}$  [2п]. Применом идеалног гасног закона  $pV = NRT_{LAB}$  [2п], уз замену добијених вредности, добија се да је запремина испареног гаса  $V = 0,338 \text{ m}^3$  [2п].
3. За усвојене референтне смерове струје и индуковане електромоторне силе као на слици важи  $\varepsilon_i = \frac{d\Phi}{dt} = Blv$  [2п] и  $i = \frac{\varepsilon_i - E}{R+r} = \frac{Blv - E}{R+r}$  [2п]. Алгебарска вредност Амперове силе која делује на шипку за усвојени смер као на слици (лево) је  $F_A = i l B$  [2п]. Брзина се више не мења када се изједначе Амперова сила и механичка сила којом се вуче шипка:  $F_{meh} = i l B = \frac{Blv - E}{R+r} l B$  [2п]. Одавде се добија израз за брзину шипке у стационарном стању  $v_s = \frac{E + \frac{F_{meh}(R+r)}{Bl}}{Bl}$  [3п]. Снага која се улаже деловањем механичке силе у стационарном стању је дата са  $P_s = F_{meh} v_s = (R+r) \frac{F_{meh}^2}{B^2 l^2} + \frac{E F_{meh}}{Bl}$  [2п]. На основу овог израза видимо да се снага механичке силе троши на топлоту (Џулови губици у отпорницима) и на савлађивање страних сила извора електромоторне силе који делује у супротном смеру од тока струје у стационарном стању [2п]. График је приказан на слици (десно) [5п] (екстремне вредности по 1 поен, квалитативни облик графика - монотоност 1 поен, конкавност 1 поен и асимптотско приближавање стационарној вредности 1 поен).



Слика уз задатак 3.

4. По услови задатка важи да је  $x = U_1/U_2 = n_1/n_2$  [3п] и  $y = U'_1/U'_2 = \frac{n_1+n}{n_2+n}$  [3п]. Решавањем овог система две једначине са две непознате, директно се добија  $n_2 = n \frac{1-y}{y-x}$  [7п] и  $n_1 = n_2 x = n \frac{1-y}{y-x} x$  [7п].
5. Прираштај температуре бакарног отпорника  $R_x$  услед довођења топлоте  $Q$  је  $\Delta T = \frac{Q}{mc}$  [2п], где је маса бакра  $m = \rho L r^2 \pi$  [1п]. Сада се отпорност  $R_x$  може изразити као:  $R_x = R_0 + \Delta R$ , где је  $\Delta R = R_0 \alpha \Delta T = R_0 \frac{\alpha Q}{mc}$  [1п] (ради краћег записа, уводимо ознаку  $R = R_0 = R_1 = R_2 = R_3$ ). Како је отпорност галванометра занемарљива, његови крајеви су на истом потенцијалу, па су отпорници  $R_1$  и  $R_2$  паралелно везани, а исто важи и за отпорнике  $R_3$  и  $R_x$ . Услед загревања бакарног отпорника, мост више није у равнотежи, зато што је  $R_1 R_x \neq R_2 R_3$ , па се грана у којој се налази галванометар не сме изоставити, кроз њу протиче струја  $i \neq 0$ . [1п]. Еквивалентна отпорност коју види извор је  $R_e = \frac{R}{2} + \frac{R R_x}{R + R_x}$  [2п], па је укупна струја у колу  $I = E/R_e = \frac{2E(R+R_x)}{R^2 + 3R R_x} = \frac{2E(2R + \Delta R)}{4R^2 + 3R \Delta R}$  [2п]. На основу Кирхофових закона важи:  $I_x + I_3 = I$  [1п],  $I_3 R = I_x R_x$  [1п]. Решавањем овог система добија се  $I_x = \frac{2ER}{4R^2 + 3R \Delta R}$  [1п]. Како се укупна струја  $I$  отпорницима  $R_1$  и  $R_2$  дели на два једнака дела [1п], то је струја која протиче кроз



галванометар  $i = I/2 - I_x$  [1п]. Заменом вредности за  $I_x$  и  $I$ , и након сређивања добија се:  $i = \frac{E\Delta R}{4R^2 + 3R\Delta R}$  [2п]. Како је по услову задатка (имајући у виду стварне бројне вредности)  $\Delta R \ll R$ , то је много погоднији приближни израз за струју  $i \approx \frac{E\Delta R}{4R^2}$  [1п]. Отпорност  $R = R_0 = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{r^2 \pi}$  [1п], након замене у израз за струју повлачи једнакост:  $i = \frac{E\alpha\sigma Q}{4L^2\rho c}$  [1п]. Дељењем са  $Q$  добија се израз за тражену величину  $R_i = i/Q = \frac{E\alpha\sigma}{4L^2\rho c}$  [1п].