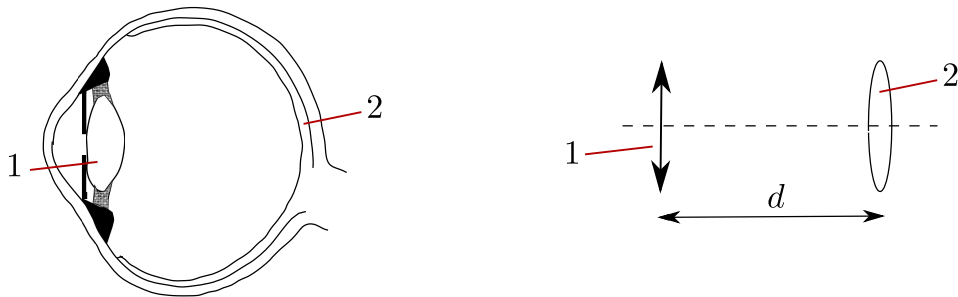




IV разред

- Електрон који је мировао почиње у тренутку $t = 0$ да се креће константним убрзањем интензитета $a = 1,00 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
 - У ком тренутку t_1 ће електрон достићи 80% брзине светлости? (10 поена)
 - Колики пут ће прећи електрон од тренутка $t = 0$ до $t = t_1$? (10 поена)
- Фотон енергије $E_0 = 0,300 \text{ MeV}$ доживљава Комптоново расејање на слободном електрону који мирује, при чему фотон одлети под углом $\theta = 180^\circ$ у односу на свој првобитни правац кретања. Израчунати интензитет брзине електрона након расејања. (20 поена)
- Метални штап је направљен од материјала који има коефицијент линеарног ширења α и налази се на температури од 0°C , а онда се загреје до температуре T (изражене у $^\circ\text{C}$). Коликом брзином у односу на посматрача, у правцу своје дужине, треба да се креће штап да би за посматрача дужина штапа била иста као пре загревања? Сматрати да се током кретања температура штапа не мења. (20 поена)
- Свемирска сонда *Нови хоризонти* је 14. јула 2015. године пришла површини Плутона на удаљеност од око 12500 km, што је научницима омогућило да добију податке о рељефу и особинама површине Плутона. Растојање између Сунца и Плутона је $\alpha = 39,5$ пута веће од растојања између Сунца и Земље које износи $R_{SZ} = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$.
 - Одредити температуру површине Плутона, сматрајући га апсолутно црном телом које се загрева Сунчевим зрачењем и чија је температура приближно једнака у свим тачкама. Сунце третирати као апсолутно црно тело температуре $T_S = 5,78 \cdot 10^3 \text{ K}$ и полупречника $R_S = 6,96 \cdot 10^5 \text{ km}$. (16 поена)
 - У околини које таласне дужине би требало да раде термовизијске камере којима је опремљена сонда да би се регистровао најинтензивнији део спектра топлотног зрачења Плутона? (4 поена)
- На слици 1 је приказано људско око и његов упрошћени модел у коме је очно сочиво представљено сабирним сочивом, а мрежњача је представљена равном плочом која је нормална на оптичку осу. Растојање између мрежњаче и сочива је $d = 2,40 \text{ cm}$. Да би човек могао јасно да види предмете са различитих удаљености, потребно је да има могућност да прилагоди жижну даљину сочива. Сматра се да човек има нормалан вид ако на мрежњачи могу да се формирају ликови свих предмета удаљених за више од $d_0 = 25,0 \text{ cm}$ од очног сочива. У ком опсегу се мења жижна даљина сочива код човека који има нормалан вид? (20 поена)



Слика 1: Људско око (слика лево) и његов упрошћени модел (слика десно). Бројем 1 означено је очно сочиво, а бројем 2 мрежњача.

Приликом решавања задатака можете користити следеће бројне вредности универзалних физичких константи:

- брзина светлости $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$,
- енергија мировања електрона $m_e c^2 = 511 \text{ keV}$,
- Винова константа $b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$.

*У фермионској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима средњих стручних школа, уметничких школа и свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математика и физика.

Задатке припремили: др Ненад Вукмировић и Вељко Јанковић, Институт за физику, Београд
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад

Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: др Божидар Николић, Физички факултет, Београд



IV разред

1. (а) Електрон достиже 80% брзине светлости у тренутку $t_1 = 0,8 \cdot c/a$ [7п], одакле је $t_1 = 0,240$ s [3п].
(б) Пређени пут је $s = \frac{1}{2}at_1^2$ [7п], па је $s = 2,88 \cdot 10^7$ m [3п].
2. Таласна дужина фотона након расејања λ_1 је повезана са таласном дужином пре расејања λ_0 једначином $\lambda_1 = \lambda_0 + 2\frac{h}{m_e c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$ [6п]. Из закона одржања енергије је $T_e + E_1 = E_0$, где је T_e кинетичка енергија електрона након расејања, а E_1 енергија фотона након расејања [5п]. Користећи једначине $E_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$, $E_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$ [1п] и везу између кинетичке енергије и брзине $T_e = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_e c^2$ [3п], из претходних једначина се добија $v = c \sqrt{1 - \left(1 + \frac{2\left(\frac{E_0}{m_e c^2}\right)^2 \sin^2(\theta/2)}{1 + 2\frac{E_0}{m_e c^2} \sin^2(\theta/2)}\right)^{-2}}$ [4п], одакле је $v = 1,95 \cdot 10^8$ m/s [1п].
3. Услед загревања почетна дужина l_0 штапа промениће се и износиће $l_1 = l_0(1 + \alpha T)$ [5п]. Због контракције дужине штапа услед кретања посматрач види дужину штапа $l_2 = l_1 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ [5п]. Из захтеваног услова $l_2 = l_0$, односно $l_0 = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}(1 + \alpha T)$ [5п] добија се тражена брзина кретања $v = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + \alpha T)^2}}$ [5п].
4. (а) Сунце се за Плутон може сматрати тачкастим извором топлотног зрачења чија је снага $P_S = \sigma T_S^4 \cdot 4\pi R_S^2$ [3п]. Плутон прима само део те снаге $P_P^{\text{aps}} = P_S \frac{\Omega}{4\pi}$ [3п] израчен у просторни угао $\Omega = \frac{\pi R_P^2}{R_{SP}^2}$ [2п], где је R_P полупречник Плутона, док је $R_{SP} = \alpha R_{SZ}$ растојање између Сунца и Плутона. Плутон емитује снагу $P_P^{\text{em}} = \sigma T_P^4 \cdot 4\pi R_P^2$ [3п], па се из услова једнакости апсорбоване и емитоване енергије у јединици времена $P_P^{\text{aps}} = P_P^{\text{em}}$ [2п] за температуру површине Плутона добија $T_P = T_S \sqrt{\frac{R_S}{2\alpha R_{SZ}}}$ [2п], односно након замене бројних података $T_P = 44,4$ K [1п].
(б) Најинтензивнији део спектра топлотног зрачења Плутона је у околини таласне дужине која је одређена Виновим законом померања $\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T_P}$ [2п]. Дакле, термовизијске камере би требало да раде у околини таласне дужине $\lambda_{\text{max}} = 65,4$ μm [2п].
5. Да би човек могао да види предмет који се налази на растојању p од очног сочива, потребно је да прилагоди жижну даљину сочива тако да се лик предмета формира на мрежњачи (која се налази на растојању $l = d$ од сочива). Када је предмет на растојању $p_1 = d_0$, жижна даљина се добија из једначине сочива $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d}$ [7п], а када је на растојању $p_2 \rightarrow \infty$ следи $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{d} \rightarrow \frac{1}{d}$ [7п]. Из ових једначина следи $f_1 = \frac{d_0 d}{d_0 + d}$ [2п] и $f_2 = d$ [2п]. Жижна даљина сочива човека који има нормалан вид се дакле мења у опсегу између $f_1 = 2,19$ cm и $f_2 = 2,40$ cm [2п].

Задатке припремили: др Ненад Вукмировић и Вељко Јанковић, Институт за физику, Београд
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад

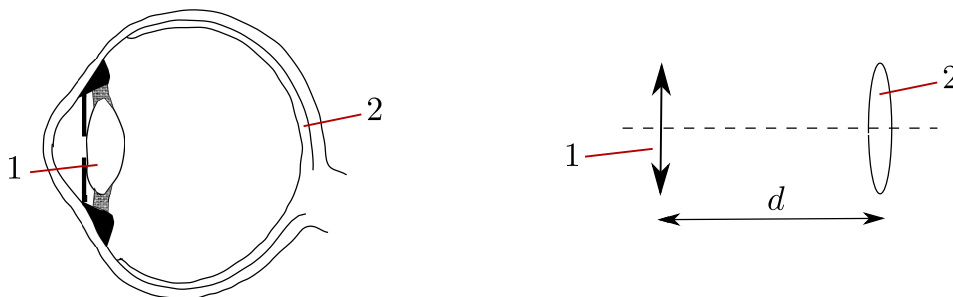
Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: др Божидар Николић, Физички факултет, Београд



IV разред

1. Метални штап је направљен од материјала који има коефицијент линеарног ширења α и налази се на температури од 0°C , а онда се загреје до температуре T (изражене у $^\circ\text{C}$). Коликом брзином у односу на посматрача, у правцу своје дужине, треба да се креће штап да би за посматрача дужина штапа била иста као пре загревања? Сматрати да се током кретања температура штапа не мења. (20 поена)
2. Свемирска сонда *Нови хоризонти* је 14. јула 2015. године пришла површини Плутона на удаљеност од око 12500 km, што је научницима омогућило да добију податке о рељефу и особинама површине Плутона. Растојање између Сунца и Плутона је $\alpha = 39,5$ пута веће од растојања између Сунца и Земље које износи $R_{SZ} = 1,496 \cdot 10^8$ km.
 - (a) Одредити температуру површине Плутона, сматрајући га апсолутно црном телом које се загрева Сунчевим зрачењем и чија је температура приближно једнака у свим тачкама. Сунце третирати као апсолутно црно тело температуре $T_S = 5,78 \cdot 10^3$ K и полупречника $R_S = 6,96 \cdot 10^5$ km. (16 поена)
 - (б) У околини које таласне дужине би требало да раде термовизијске камере којима је опремљена сонда да би се регистровао најинтензивнији део спектра топлотног зрачења Плутона? (4 поена)
3. На слици 1 је приказано људско око и његов упрошћени модел у коме је очно сочиво представљено сабирним сочивом, а мрежњача је представљена равном плочом која је нормална на оптичку осу. Растојање између мрежњаче и сочива је $d = 2,40$ cm. Да би човек могао јасно да види предмете са различитих удаљености, потребно је да има могућност да прилагоди жижну даљину сочива. Сматра се да човек има нормалан вид ако на мрежњачи могу да се формирају ликови свих предмета удаљених за више од $d_0 = 25,0$ cm од очног сочива. У ком опсегу се мења жижна даљина сочива код човека који има нормалан вид? (20 поена)



Слика 1: Људско око (слика лево) и његов упрошћени модел (слика десно). Бројем 1 означено је очно сочиво, а бројем 2 мрежњача.

4. Фотон енергије $E_0 = 1,00$ MeV расеје се на слободном позитрону који мирује пре расејања при чему фотон одлети под углом $\theta = 60,0^\circ$ у односу на свој првобитни правац кретања. Израчунати интензитет брзине позитрона након расејања. Позитрон је позитивно наелектрисана честица која има масу једнаку маси електрона и чије је наелектрисање једнако по апсолутној вредности наелектрисању електрона. (20 поена)
5. Електрон који је мировао почиње у тренутку $t = 0$ да се креће константним убрзањем интензитета $a = 1,00 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
 - (a) Колико је максимално време t_m током којег је овакво кретање могуће? (6 поена)
 - (б) Колики пут ће прећи електрон од тренутка $t = 0$ до тренутка $t_1 = \frac{4}{5}t_m$? (4 поена)
 - (в) Одредити интензитет силе која делује на електрон у тренутку $t_2 = t_m/2$. (10 поена)

Приликом решавања задатака можете користити следеће бројне вредности универзалних физичких константи:

- брзина светлости $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s,
- енергија мировања електрона $m_e c^2 = 511$ keV,
- маса електрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg,
- Винова константа $b = 2,90 \cdot 10^{-3}$ K · m.

*У бозонској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

Задатке припремили: др Ненад Вукмировић и Вељко Јанковић, Институт за физику, Београд
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад

Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: др Божидар Николић, Физички факултет, Београд



IV разред

1. Услед загревања почетна дужина l_0 штапа промениће се и износиће $l_1 = l_0(1 + \alpha T)$ [5п]. Због контракције дужине штапа услед кретања посматрач види дужину штапа $l_2 = l_1 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ [5п]. Из захтеваног услова $l_2 = l_0$, односно $l_0 = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} (1 + \alpha T)$ [5п] добија се тражена брзина кретања $v = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + \alpha T)^2}}$ [5п].

2. (а) Сунце се за Плутон може сматрати тачкастим извором топлотног зрачења чија је снага $P_S = \sigma T_S^4 \cdot 4\pi R_S^2$ [3п]. Плутон прима само део те снаге $P_P^{\text{aps}} = P_S \frac{\Omega}{4\pi}$ [3п] израчен у просторни угао $\Omega = \frac{\pi R_P^2}{R_{SP}^2}$ [2п], где је R_P полупречник

Плутона, док је $R_{SP} = \alpha R_{SZ}$ растојање између Сунца и Плутона. Плутон емитује снагу $P_P^{\text{em}} = \sigma T_P^4 \cdot 4\pi R_P^2$ [3п], па се из услова једнакости апсорбоване и емитоване енергије у јединици времена $P_P^{\text{aps}} = P_P^{\text{em}}$ [2п] за температуру површине Плутона добија $T_P = T_S \sqrt{\frac{R_S}{2\alpha R_{SZ}}}$ [2п], односно након замене бројних података $T_P = 44,4 \text{ K}$ [1п].

(б) Најинтензивнији део спектра топлотног зрачења Плутона је у околини таласне дужине која је одређена Виновим законом померања $\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T_P}$ [2п]. Дакле, термовизијске камере би требало да раде у околини таласне дужине $\lambda_{\text{max}} = 65,4 \mu\text{m}$ [2п].

3. Да би човек могао да види предмет који се налази на растојању p од очног сочива, потребно је да прилагоди жижну даљину сочива тако да се лик предмета формира на мрежњачи (која се налази на растојању $l = d$ од сочива). Када је предмет на растојању $p_1 = d_0$, жижна даљина се добија из једначине сочива $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d}$ [7п], а када је на растојању $p_2 \rightarrow \infty$ следи $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{d} \rightarrow \frac{1}{d}$ [7п]. Из ових једначина следи $f_1 = \frac{d_0 d}{d_0 + d}$ [2п] и $f_2 = d$ [2п]. Жижна даљина сочива човека који има нормалан вид се дакле мења у опсегу између $f_1 = 2,19 \text{ cm}$ и $f_2 = 2,40 \text{ cm}$ [2п].

4. За опис процеса расејања фотона на позитрону се може применити формула за Комптонов ефекат јер позитрон има исту масу као електрон, а при извођењу формуле за Комптонов ефекат се нигде не користи колико је наелектрисање електрона [3п]. Тако је таласна дужина фотона након расејања λ_1 је повезана са таласном дужином пре расејања λ_0 једначином $\lambda_1 = \lambda_0 + 2 \frac{h}{m_e c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$ [3п]. Из закона одржања енергије је $T_p + E_1 = E_0$, где је T_p кинетичка енергија позитрона након расејања, а E_1 енергија фотона након расејања [5п]. Користећи једначине $E_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$, $E_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$ [1п] и везу између кинетичке енергије и брзине $T_p = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_e c^2$ [3п], из претходних једначина се добија

$$v = c \sqrt{1 - \left(1 + \frac{2 \left(\frac{E_0}{m_e c^2}\right)^2 \sin^2(\theta/2)}{1 + 2 \frac{E_0}{m_e c^2} \sin^2(\theta/2)}\right)^{-2}} \quad [4п], \text{ одакле је } v = 2,58 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad [1п].$$

Напомена: Уколико ученик не искористи формулу за промену таласне дужине фотона при Комптоновом расејању, већ процес коректно анализира користећи законе одржања импулса и енергије, доделити максималан број поена.

5. (а) Пошто се електрон не може кретати брзином већом од брзине светлости, максимално време током којег је овакво кретање могуће је одређено условом да електрон достигне брзину светлости [3п]. Одатле је $c = at_m$, па је $t_m = c/a$ [2п], одакле је $t_m = 0,300 \text{ s}$ [1п].

(б) Пређени пут је $s = \frac{1}{2} at_1^2$ [2п], па је $s = 2,88 \cdot 10^7 \text{ m}$ [2п].

(в) Интензитет силе која делује на електрон је $F = \frac{dp}{dt}$ [2п], где је $p = \frac{m_e v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ импулс електрона и $v = at_2 = c/2$

брзина у тренутку t_2 [2п]. Користећи чињенице да је $a = \frac{dv}{dt}$ [1п] и $\frac{dp}{dt} = m_e \frac{dv}{dt} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + m_e v \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$ [2п],

као и да је $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$ [1п], након сређивања израза се добија $F = \frac{m_e a}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$ [1п], одакле је

$$F = 1,40 \cdot 10^{-21} \text{ N} \quad [1п].$$