



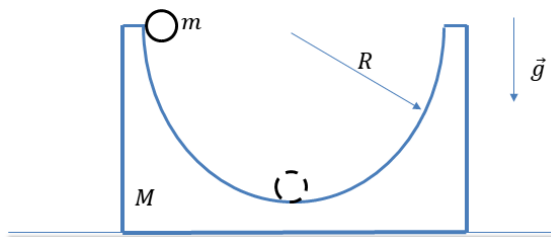
1. Честица се креће у xy равни у хомогеном магнетном пољу чији је правац нормалан на раван кретања честице. Дозвољене енергије овакве честице су дате изразом $E_n = \frac{qB\hbar}{m} (n + \frac{1}{2})$, где је $n = 0, 1, 2, \dots$, q је наелектрисање честице, m њена маса, а B интензитет магнетне индукције. Апсорпција фотона фреквенце ν_a доводи до преласка честице са основног на треће побуђено стање, а апсорпција фотона фреквенце ν_b до преласка са основног на прво побуђено стање. Одредити однос ν_a/ν_b . (20 поена)

2. На слици 1 приказан је живин термометар који се састоји од стакленог резервоара запремине $V_r = 50,0 \text{ mm}^3$ у којем се налази жива и на који се наставља веома танка стаклена капилара пречника $d = 0,100 \text{ mm}$ у коју жива може слободно да се шири. Колико је растојање између суседних подељака на скали термометра којима одговара промена температуре од $\Delta t = 1,00^\circ\text{C}$? Термички коефицијент запреминског ширења живе је $\gamma_{\text{Hg}} = 1,80 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, док се топлотно ширење стакла може занемарити. Сматрати да је запремина живе у капилари значајно мања од запремине живе у резервоару. (20 поена)



Слика 1: Живин термометар. Број 1 означава резервоар са живом, а број 2 капилару.

3. Полусферна подлога масе $M = 15,0 \text{ kg}$ и полупречника $R = 0,500 \text{ m}$ налази се на хоризонталном столу, као што је приказано на слици 2. Мало тело масе $m = 1,50 \text{ kg}$ постављено је на ивицу сферног удубљења и препуштено гравитацији. Треће између подлоге и стола је занемарљиво, као и треће између тела и подлоге при кретању низ сферно удубљење, због чега тело не ротира. Наћи интензитет брзине тела и подлоге у тренутку када је тело у најнижој тачки удубљења. Интензитет убрзања силе Земљине теже је $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. (20 поена)



Слика 2: уз задатак 3.

4. Током једног кишовитог дана запремина воде која у јединици времена падне на јединицу површине земље је $q = 0,50 \frac{\text{cm}}{\text{h}}$. Капљице кише падају вертикално наниже брзином интензитета $v = 4,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Колика је запремина воде која ће пасти на човека током $t = 30 \text{ min}$ ако:

- (а) човек стоји; (5 поена)
(б) човек трчи брзином интензитета $u = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$? (15 поена)

Претпоставити да је човек облика квадрата чија је висина $h = 2,0 \text{ m}$, а основа је квадрат ивице $a = 20 \text{ cm}$, као и да је правац трчања нормалан на бочну страну квадрата.

5. (Млади физичар 96) Бициклиста се константном брзином интензитета v пење уз брдо које се може сматрати стрмом равни нагибног угла α . Растојање између подножја и врха брда је L (у систему у којем брдо мирује). Свемирски брод спушта се вертикално наниже константном релативистичком брзином интензитета V .

- (а) Колико је времена потребно бициклисти да стигне од подножја до врха брда са становишта посматрача из свемирског брода? (8 поена)
(б) Колики пут пређе бициклиста за то време са становишта посматрача из свемирског брода? (12 поена)

*У фермионској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима средњих стручних школа, уметничких школа и свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математика и физика.

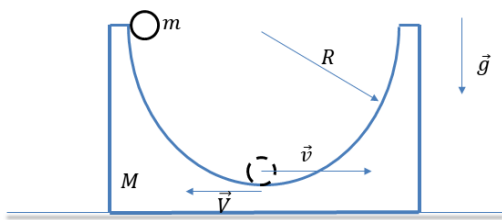
1. Из закона одржања енергије је $h\nu_a = E_3 - E_0$ [6п] и $h\nu_b = E_1 - E_0$ [6п]. Одатле је $\frac{\nu_a}{\nu_b} = \frac{E_3 - E_0}{E_1 - E_0}$ [5п], односно $\frac{\nu_a}{\nu_b} = 3$ [3п].

2. Запремина коју заузима жива на температури t је $V = V_r + \frac{\pi d^2}{4} h$ [3п], где је h висина живе у капилари мерена од врха резервоара. На температури $t + \Delta t$ жива заузима запремину $V' = V_r + \frac{\pi d^2}{4} (h + \Delta h)$ [3п], где је Δh промена висине живе у резервоару приликом повећања температуре за Δt . Из $\Delta V = V' - V = V \gamma_{\text{Hg}} \Delta t$ [7п] следи да је растојање између суседних подељака на скали термометра којима одговара промена температуре Δt једнако $\Delta h = \frac{V_r + \frac{\pi d^2}{4} h}{\frac{\pi d^2}{4}} \gamma_{\text{Hg}} \Delta t \approx \frac{4V_r}{\pi d^2} \gamma_{\text{Hg}} \Delta t$ [6п], с обзиром на то да је запремина живе у капилари значајно мања од запремине живе у резервоару. Након замене бројних вредности, добија се $\Delta h = 1,15 \text{ mm}$ [1п].

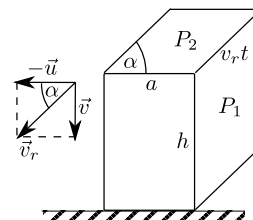
3. Из закона одржања пројекције импулса на хоризонтални правац следи $0 = m \cdot v - M \cdot V$ [5п], где је v интензитет брзине тела, а V интензитет брзине подлоге у тренутку када тело пролази кроз најнижу тачку удубљења, као што је приказано на слици 1. Из закона одржања енергије је $mgR = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$ [7п]. Из претходна два израза се добија $v = \sqrt{\frac{2gRM}{M+m}}$ и $V = \frac{m}{M} \sqrt{\frac{2gRM}{M+m}}$ [6п], односно $v = 2,99 \text{ m/s}$ и $V = 0,299 \text{ m/s}$ [2п].

4. (а) Тражена запремина воде је једнака $V_a = qta^2$ [4п], па је $V_a = 0,10 \text{ l}$ [1п]. (б) Појаву ћемо разматрати из референтног система везаног за човека. У том систему човек мирује, а капљице кише се крећу брзином $\vec{v}_r = \vec{v} - \vec{u}$ која закљача угао α са хоризонталом (слика 2). За време t на бочну страну квадра падну све капљице кише које су се у почетном тренутку налазиле унутар паралелепипеда P_1 (приказаног на слици 2) чија је основа паралелограм страница h и $v_r t$ и чија је висина једнака a , док на горњу страну падну све капљице кише из паралелепипеда P_2 (приказаног на слици 2) чија је основа паралелограм страница a и $v_r t$ и чија је висина једнака a [5п]. Запремина паралелепипеда P_1 је $V_1 = v_r t a h \cos \alpha$, а паралелепипеда P_2 је $V_2 = v_r t a^2 \sin \alpha$ [2п]. Знајући да за време t на површину земље S падне вода запремине $V_v = qSt$ и користећи чињеницу да за исто време на исту површину падају капљице кише које су се у почетном тренутку налазиле унутар запремине $V_z = Svt$, налазимо да је запремински удео воде у простору једнак $r = \frac{V_v}{V_z} = \frac{q}{v}$ [2п]. Тако је тражена запремина воде једнака $V_b = r(V_1 + V_2)$ [2п]. Коришћењем релација $v_r \cos \alpha = u$ и $v_r \sin \alpha = v$ [1п] добијамо $V_b = qta(a + h\frac{u}{v})$ [2п], одакле је $V_b = 0,60 \text{ l}$ [1п].

5. (а) Уведимо координатни систем чији је координатни почетак у подножју брда, x -оса је усмерена вертикално навише, а y -оса је хоризонтална. Нека се у тренутку када бициклиста полази из подножја ($t = t' = 0$) координатни почеци система везаног за брдо и за брод поклапају, тј. $x = x' = 0$ и $y = y' = 0$. У систему везаном за брдо, бициклиста стиже на врх у тренутку $t_1 = \frac{L}{v}$ [1п] и његове координате су тада $x_1 = L \sin \alpha$ [1п] и $y_1 = L \cos \alpha$ [1п]. У систему везаном за брод, бициклиста стиже на врх брда у тренутку $t'_1 = \frac{t_1 + \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{L}{v} + \frac{v}{c^2} L \sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ [5п], што представља време за које бициклиста стигне од подножја до врха брда са становишта посматрача из свемирског брода. (б) У систему везаном за брод, координате бициклисте у тренутку када стиже на врх брда су $x'_1 = \frac{x_1 + vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = L \frac{\sin \alpha + \frac{v}{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ [5п], $y'_1 = y_1 = L \cos \alpha$ [5п]. Пошто се бициклиста у систему везаном за брод креће праволинијски, пређени пут бициклисте у том систему износи $s' = \sqrt{x'^2_1 + y'^2_1} = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \sqrt{(\sin \alpha + \frac{v}{v})^2 + (1 - \frac{v^2}{c^2}) \cos^2 \alpha}$ [2п].



Слика 1: уз решење задатка 3.

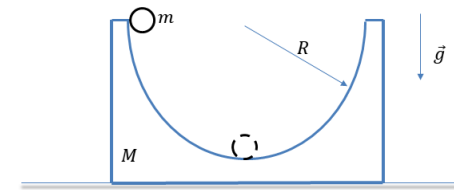


Слика 2: уз решење задатка 4.

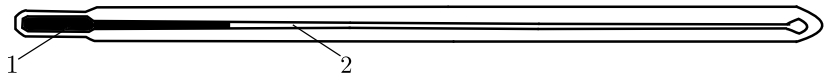


IV разред

- Током једног кишовитог дана запремина воде која у јединици времена падне на јединицу површине земље је $q = 0,50 \frac{\text{cm}}{\text{h}}$. Капљице кише падају вертикално наниже брзином интензитета $v = 4,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Колика је запремина воде која ће пасти на човека током $t = 30 \text{ min}$ ако:
 - човек стоји; (5 поена)
 - човек трчи брзином интензитета $u = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$? (15 поена)
 Претпоставити да је човек облика квадра чија је висина $h = 2,0 \text{ m}$, а основа је квадрат ивице $a = 20 \text{ cm}$, као и да је правац трчања нормалан на бочну страну квадра.
- (Млади физичар 96) Бициклиста се константном брзином интензитета v пење уз брдо које се може сматрати стрмом равни нагибног угла α . Растојање између подножја и врха брда је L (у систему у којем брдо мирује). Свемирски брод спушта се вертикално наниже константном релативистичком брзином интензитета V .
 - Колико је времена потребно бициклисти да стигне од подножја до врха брда са становишта посматрача из свемирског брода? (8 поена)
 - Колики пут пређе бициклиста за то време са становишта посматрача из свемирског брода? (12 поена)
- Честица масе m и наелектрисања q се креће по кругу у xy равни у хомогеном магнетном пољу. Правац магнетног поља је нормалан на раван кретања честице, а интензитет магнетне индукције је B .
 - Користећи законе класичне нерелативистичке механике одредити зависност интензитета импулса честице p од полупречника кружне путање r . (7 поена)
 - Полазећи од услова квантовања $pr = n\hbar$, где је $n = 1, 2, 3, \dots$, одредити дозвољене енергије E ове честице. (7 поена)
 - Апсорпција фотона фреквенце ν_a доводи до преласка честице са основног на треће побуђено стање, а апсорпција фотона фреквенце ν_b до преласка са основног на прво побуђено стање. Одредити однос ν_a/ν_b . (6 поена)
- Полусферна подлога масе $M = 15,0 \text{ kg}$ и полупречника $R = 0,500 \text{ m}$ налази се на хоризонталном столу, као што је приказано на слици 1. Мало тело масе $m = 1,50 \text{ kg}$ постављено је на ивицу сферног удубљења и препуштено гравитацији. Трење између подлоге и стола је занемарљиво, као и трење између тела и подлоге при кретању низ сферно удубљење, због чега тело не ротира.
 - Наћи интензитет брзине тела и подлоге у тренутку када је тело у најнижој тачки удубљења. (12 поена)
 - Одредити интензитет силе којом тело делује на подлогу у тој најнижој тачки. (8 поена)



Слика 1: уз задатак 4.



Слика 2: Живин термометар. Број 1 означава резервоар са живом, а број 2 капилару.

- На слици 2 приказан је живин термометар за мерење спољне температуре (која може узимати вредности у опсегу од -30°C до 50°C) који се састоји од стакленог резервоара запремине $V_r = 50,0 \text{ mm}^3$ (на 0°C) у којем се налази жива и на који се наставља веома танка стаклена капилара пречника $d = 0,100 \text{ mm}$ (на 0°C) у коју жива може слободно да се шири. Колико је растојање између суседних поделака на скали термометра којима одговара промена температуре од $\Delta t = 1,00^\circ\text{C}$? Термички коефицијент запреминског ширења живе је $\gamma_{\text{Hg}} = 1,80 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, док термички коефицијент линеарног ширења стакла износи $\alpha_s = 9,00 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Сматрати да је запремина живе у капилари значајно мања од запремине живе у резервоару и занемарити све чланове који садрже производ два коефицијента термалног ширења. (20 поена)

*У бозонској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.



1. (а) Тражена запремина воде је једнака $V_a = qta^2$ [4п], па је $V_a = 0,10 \text{ l}$ [1п]. (б) Појаву ћемо разматрати из референтног система везаног за човека. У том систему човек мирује, а капљице кише се крећу брзином $\vec{v}_r = \vec{v} - \vec{u}$ која заклапа угао α са хоризонталом (слика 1). За време t на бочну страну квадрата падну све капљице кише које су се у почетном тренутку налазиле унутар паралелепипеда P_1 (приказаног на слици 1) чија је основа паралелограм страница h и $v_r t$ и чија је висина једнака a , док на горњу страну падну све капљице кише из паралелепипеда P_2 (приказаног на слици 1) чија је основа паралелограм страница a и $v_r t$ и чија је висина једнака a [5п]. Запремина паралелепипеда P_1 је $V_1 = v_r t a h \cos \alpha$, а паралелепипеда P_2 је $V_2 = v_r t a^2 \sin \alpha$ [2п]. Знајући да за време t на површину земље S падне вода запреmine $V_v = qSt$ и користећи чињеницу да за исто време на исту површину падају капљице кише које су се у почетном тренутку налазиле унутар запреmine $V_z = Svt$, налазимо да је запремински удео воде у простору једнак $r = \frac{V_v}{V_z} = \frac{q}{v}$ [2п]. Тако је тражена запремина воде једнака $V_b = r(V_1 + V_2)$ [2п]. Коришћењем релација $v_r \cos \alpha = u$ и $v_r \sin \alpha = v$ [1п] добијамо $V_b = qta(a + h\frac{u}{v})$ [2п], одакле је $V_b = 0,60 \text{ l}$ [1п].
2. (а) Уведимо координатни систем чији је координатни почетак у подножју брда, x -оса је усмерена вертикално навише, а y -оса је хоризонтална. Нека се у тренутку када бициклиста полази из подножја ($t = t' = 0$) координатни почети система везаног за брдо и за брод поклапају, тј. $x = x' = 0$ и $y = y' = 0$. У систему везаном за брдо, бициклиста стиже на врх у тренутку $t_1 = \frac{L}{v}$ [1п] и његове координате су тада $x_1 = L \sin \alpha$ [1п] и $y_1 = L \cos \alpha$ [1п]. У систему везаном за брод, бициклиста стиже на врх брда у тренутку $t'_1 = \frac{t_1 + \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{L}{v} + \frac{v}{c^2} L \sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ [5п], што представља време за које бициклиста стигне од подножја до врха брда са становишта посматрача из свемирског брода. (б) У систему везаном за брод, координате бициклисте у тренутку када стиже на врх брда су $x'_1 = \frac{x_1 + vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = L \frac{\sin \alpha + \frac{v}{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ [5п], $y'_1 = y_1 = L \cos \alpha$ [5п]. Пошто се бициклиста у систему везаном за брод креће праволинијски, пређени пут бициклисте у том систему износи $s' = \sqrt{x'^2_1 + y'^2_1} = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \sqrt{(\sin \alpha + \frac{v}{v})^2 + (1 - \frac{v^2}{c^2}) \cos^2 \alpha}$ [2п].
3. (а) На честицу делује Лоренцова сила чији је интензитет $F_L = qvB$ [1п]. Једначина кретања честице је $ma_n = F_L$ [1п], где је $a_n = \frac{v^2}{r}$ [1п] нормално убрзање честице. Интензитет импулса честице је $p = mv$ [1п]. Из претходних једначина следи $p = qBr$ [3п].
- (б) Енергија честице је једнака $E = \frac{1}{2}mv^2$ [2п], па се из претходних једначина добија $E = \frac{q^2 B^2}{2m} r^2$ [2п]. Одатле, користећи услов квантовања $pr = n\hbar$ и решење дела (а), следи $E_n = \frac{qB\hbar}{2m} n$ [3п].
- (в) Из закона одржања енергије је $h\nu_a = E_4 - E_1$ [2п] и $h\nu_b = E_2 - E_1$ [2п]. Одатле је $\frac{\nu_a}{\nu_b} = \frac{E_4 - E_1}{E_2 - E_1} = 3$ [2п].
- Напомена: Егзактан квантномеханички прорачун би дао резултат $E_n = \frac{qB\hbar}{m} (n + \frac{1}{2})$.
4. (а) Из закона одржања пројекције импулса на хоризонтални правац следи $0 = m \cdot v - M \cdot V$ [3п], где је v интензитет брзине тела, а V интензитет брзине подлоге у тренутку када тело пролази кроз најнижу тачку удубљења, као што је приказано на слици 2. Из закона одржања енергије је $mgR = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$ [4п]. Из претходна два израза се добија $v = \sqrt{\frac{2gRM}{M+m}}$ и $V = \frac{m}{M} \sqrt{\frac{2gRM}{M+m}}$ [4п], односно $v = 2,99 \text{ m/s}$ и $V = 0,299 \text{ m/s}$ [1п]. (б) У референтном систему везаном за подлогу тело се креће по кругу полупречника R . У тренутку кад се налази у најнижој тачки путање интензитет његове брзине у том референтном систему је $v_r = v + V$ [2п]. Из другог Њутновог закона примењеног у том тренутку $\frac{mv_r^2}{R} = F - mg$ [3п], где је F интензитет силе интеракције између тела и подлоге и решења претходног дела задатка следи $F = mg(3 + 2\frac{m}{M})$ [2п], одакле је $F = 47,1 \text{ N}$ [1п].
5. Запремина коју заузима жива на температури t ($^\circ\text{C}$) је $V = V_r(1 + 3\alpha_s t) + \frac{\pi d^2}{4}(1 + 2\alpha_s t)h$ [3п], где је h висина живе у капилари мерена од врха резервоара и где су узете у обзир промене запреmine резервоара и попречног пресека капиларе са температуром. На температури $t + \Delta t$ жива заузима запремину $V' = V_r(1 + 3\alpha_s(t + \Delta t)) + \frac{\pi d^2}{4}(1 + 2\alpha_s(t + \Delta t))(h + \Delta h)$ [3п], где је Δh промена висине живе у резервоару приликом повећања температуре за Δt . Из $\Delta V = V' - V = V\gamma_{Hg}\Delta t$ [5п], након занемаривања свих чланова који садрже производ два коефицијента термалног ширења, следи $\Delta h = \frac{V_r(\gamma_{Hg} - 3\alpha_s) + \frac{\pi d^2}{4}h(\gamma_{Hg} - 2\alpha_s)}{\frac{\pi d^2}{4}(1 + 2\alpha_s(t + \Delta t))} \Delta t$ [4п]. Пошто се запремина живе у капилари може сматрати знатно мањом од запреmine живе у резервоару и пошто је $1 + 2\alpha_s(t + \Delta t) \approx 1$, за растојање између суседних подељака на

Задатке припремили: др Ненад Вукмировић и Вељко Јанковић, Институт за физику, Београд

др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад

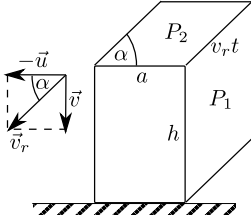
Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: др Божидар Николић, Физички факултет, Београд

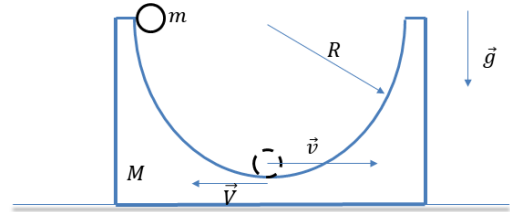


IV разред

скали термометра којима одговара промена температуре Δt се добија $\Delta h = \frac{4V_r}{\pi d^2}(\gamma_{\text{Hg}} - 3\alpha_s)\Delta t$ **4п**, односно након замене бројних вредности $\Delta h = 0,974 \text{ mm}$ **1п**.



Слика 1: уз решење задатка 1.



Слика 2: уз решење задатка 4.