



III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије

ОПШТИНСКИ НИВО
28.2.2016.г.

ЗАДАЦИ – фермионска категорија

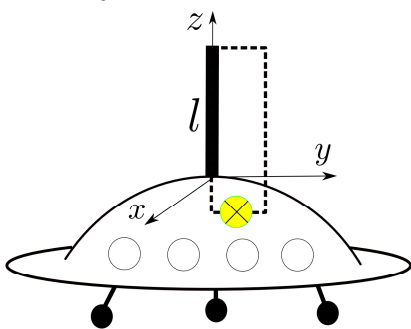
1. Свемирски брод се креће дуж u -осе у хомогеном магнетном пољу индукције $B = 20 \mu\text{T}$ усмереном дуж x -осе. Антена свемирског брода оријентисана је дуж z -осе и има дужину $l = 50 \text{ cm}$ (видети слику). Члан посаде је измерио напон од $\mathcal{E} = 80 \text{ mV}$ између крајева антене. Одредити интензитет брзине којом се креће свемирски брод. Сијалица у свемирском броду је повезана са крајевима антене помоћу чврстог проводног рама који лежи у uz -равни. Да ли ће ова сијалица светлети? (20 поена)

2. Особине атома се мењају у спољашњем магнетном пољу, што се користи у астрофизици да би се одредила магнетна индукција на површинама удаљених небеских тела. Размотримо овај ефекат на атому водоника помоћу класичне физике. Претпоставимо да се ван магнетног поља електрон креће око протона по кружној орбити угаоном брзином ω . У хомогеном магнетном пољу чији се правац и смер поклапају са правцем и смером угаоне брзине електрона, угаона брзина електрона се повећа за $\Delta\omega$, док полупречник орбите остаје непромењен. Израчунати интензитет магнетне индукције B спољашњег магнетног поља. Наелектрисање електрона је $-e$, а протона e . Масу електрона m , елементарно наелектрисање e и константу $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ сматрати познатим. (20 поена)

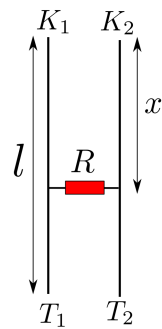
3. Удаљена сеоска кућа прикључена је на трансформатор двожицим каблом дужине $l = 10 \text{ km}$. Услед топлеења изолације на неком месту дуж кабла настаје оштећење које се може представити проводником непознатог отпора R (видети слику). По пријављеном квару, електричари су изашли на терен како би отклонили квар. Да би утврдили место на ком је дошло до оштећења, електричари су каблове одвојили од куће и трансформатора и измерили три отпора. Прво су измерили отпор $R_1 = 1,14 \Omega$ између тачака K_1 и K_2 , при размакнути тачкама T_1 и T_2 . Затим су кратко спојили тачке T_1 и T_2 и измерили отпор $R_2 = 1,12 \Omega$ између тачака K_1 и K_2 . На крају су измерили отпор $R_3 = 2,01 \Omega$ између тачака T_1 и T_2 при размакнути тачкама K_1 и K_2 . Одредити непознати отпор R . На ком растојању од куће је дошло до квара? Претпоставити да су обе жице направљене од истог хомогеног материјала и да имају једнаке и константне попречне пресеке. (20 поена)

4. Тело облика диска направљено је спајањем два полудиска маса $m_1 = 1,2 \text{ kg}$ и $m_2 = 1 \text{ kg}$ и једнаких полупречника $R = 30 \text{ cm}$ (видети слику). Тело лежи у вертикалној равни у гравитационом пољу Земље и може слободно да ротира око осовине која пролази кроз центар диска, тачку O , и нормална је на раван цртежа. Колики је период малих осцилација овог система? Убрзање Земљине теже је $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Напомена: Центар масе полудиска полупречника R налази се на растојању $d = \frac{4R}{3\pi}$ од његовог центра (тачке O на слици) дуж симетрале полудиска. (20 поена)

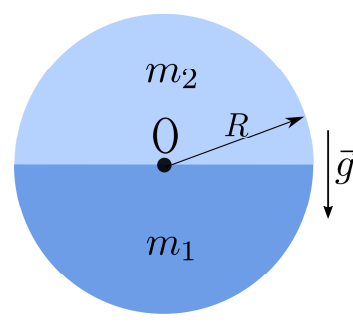
5. Један крај опруге причвршћен је за непокретни плафон, док је други крај повезан са два тега једанких маса $m_1 = m_2 = m = 200 \text{ g}$. Тегови су повезани неистегљивом нити (видети слику). Систем се налази у вертикалној равни у гравитационом пољу Земље. Доњи тег је изведен из равнотежног положаја у вертикалном смеру наниже за $x_0 = 2 \text{ cm}$ и пуштен. Систем хармонијски осцилује, тако да нит све време остаје затегнута. Максимална и минимална сила затезања нити током кретања система су $F_1 = 1,4 \text{ N}$ и $F_2 = 0,6 \text{ N}$, редом. Колики је период осцилација система? (20 поена)



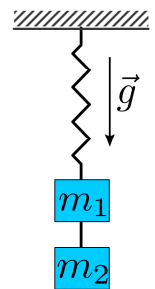
Слика уз задатак 1



Слика уз задатак 3



Слика уз задатак 4



Слика уз задатак 5

Задатке припремили:
Владан Павловић, Природно-математички факултет, Ниш
Владимир Вељић, Институт за физику, Београд
Марко Кузмановић, Физички факултет, Београд

Рецензент: др Димитрије Степаненко,
Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичења:
др Божидар Николић, Физички факултет, Београд



III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА-фермионска категорија

ОПШТИНСКИ НИВО
28.2.2016.г.

1. Индуковани напон у антени је $\mathcal{E} = Blv$ **6п**, где је v брзина свемирског брода, одакле се добија $v = \frac{\mathcal{E}}{Bl} = 8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ **4п**. Површина чврстог рама S не мења се током кретања свемирског брода, па је флуks магнетног поља кроз контуру константан $\Phi = BS$ **4п**. Према Фарадејевом закону електромагнетне индукције следи $\mathcal{E} = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = 0$ **4п**, одакле се закључује да сијалица не би светлела **2п**.

2. Да би се електрон кретао по кружној орбити пре укључивања спољашњег магнетног поља мора бити испуњаен услов $k \frac{e^2}{r^2} = m\omega^2 r$ **4п**. Да би се електрон кретао по кружној орбити након укључивања спољашњег магнетног поља мора бити испуњен услов $k \frac{e^2}{r^2} + evB = m(\omega + \Delta\omega)^2 r$ **6п**, при чему је $v = (\omega + \Delta\omega)r$ **4п**. Из ових једначина за интензитет индукције спољашњег магнетног поља се добија $B = \frac{(2\omega + \Delta\omega)\Delta\omega m}{\omega + \Delta\omega} \frac{1}{e}$ **6п**.

3. Нека је r_0 подужни отпор једне жице у каблу, R отпор настао услед квара и x растојање између квара и куће. Тада за прво мерење важи $R_1 = 2r_0x + R$ **4п**, за друго $R_2 = 2r_0x + \frac{2r_0(l-x)R}{R+2r_0(l-x)}$ **6п** и за треће $R_3 = 2r_0(l-x) + R$ **4п**. Заменом $2r_0x = R_1 - R$ и $2r_0(l-x) = R_3 - R$ у једначину за R_2 и решавањем по R добија се $R = \sqrt{R_3(R_1 - R_2)} = 0,20 \Omega$ **3п**. Заменом r_0 из једначине за R_1 у једначину за R_2 добија се $x = \frac{R_1 - R}{R_1 + R_3 - 2R} l = \frac{R_1 - \sqrt{R_3(R_1 - R_2)}}{R_1 + R_3 - 2\sqrt{R_3(R_1 - R_2)}} l = 3,42 \text{ km}$ **3п**.

4. Момент инерције диска полупречника R и масе $2m$ у односу на осовину O је $I = mR^2$ **2п**, па је момент инерције једне његове половине, полудиска полупречника R и масе m , у односу на осовину O једнак $I = \frac{1}{2}mR^2$ **2п**. Укупан момент инерције диска описаног у задатку у односу на осовину O једнак је збиру момената инерције два полудиска, па је $I' = \frac{1}{2}m_1R^2 + \frac{1}{2}m_2R^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)R^2$ **3п**.

Период осцилација физичког клатна једнак је $T = 2\pi \sqrt{\frac{I'}{mgd_{cm}}}$ **3п**, где је d_{cm} растојање од центра масе до тачке вешања, а $m = m_1 + m_2$ укупна маса диска. Вертикална координата центра масе d_{cm} се одређује по формули $y_{cm} = \frac{m_1 y_{cm1} + m_2 y_{cm2}}{m_1 + m_2}$ **3п**, одакле је $d_{cm} = \frac{4R}{3\pi} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$ **3п**. Заменом ових резултата за период осцилација се добија $T = \pi \sqrt{\frac{3\pi R}{2g} \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}} = 3,96 \text{ s}$ **4п**.

5. Сила затезања нити може се добити помоћу другог Њутновог закона примењеног на доњи тег, одакле следи $F(t) = mg + ma(t)$ **4п**, где је $a(t)$ убрзање система у тренутку t . Систем осцилује хармонијски по закону $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$ **3п**, при чему је убрзање дато са $a(t) = -x_0 \omega^2 \cos(\omega t)$ **3п**. Замењујући израз за $a(t)$ у израз за силу затезања нити $F(t)$ и имајући на уму да је $|\cos(\omega t)| \leq 1$ **1п**, за максималну силу затезања нити се добија $F_1 = mg + mx_0 \omega^2$ **2п**, а за минималну $F_2 = mg - mx_0 \omega^2$ **2п**. Одузимањем последње две једначине добија се $\omega = \sqrt{\frac{F_1 - F_2}{2mx_0}}$ **2п**, па је период осцилација система $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2mx_0}{F_1 - F_2}} = 0,63 \text{ s}$ **3п**.



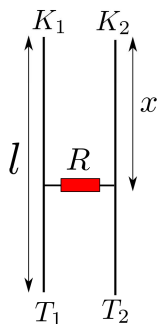
1. Линеарни хармонијски осцилатор (ЛХО) масе m осцилује дуж x -осе око координатног почетка. У положајима x_1 и x_2 интензитети брзина ЛХО су v_1 и v_2 , редом. Наћи амплитуду A и период осциловања T овог осцилатора. Колика је максимална кинетичка енергија овог осцилатора током кретања? (20 поена)

2. Магнетна поља утичу на кретање електрона у атомима. Размотримо овај ефекат на атому водоника помоћу класичне физике. Уколико се електрон наелектрисања $-e$ креће око протона наелектрисања e по кружној орбити полупречника r , колика је кружна фреквенца ω_0 овог кретања у одсуству магнетног поља? У хомогеном магнетном пољу индукције B , нормалном на раван кретања електрона, кружна фреквенца кретања електрона ће се променити. Колика је промена фреквенце $\Delta\omega$, под претпоставком да се полупречник орбите није променио? Масу електрона m , елементарно наелектрисање e и константу $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ сматрати познатим. Продискутујте оба смера спољашњег магнетног поља. (20 поена)

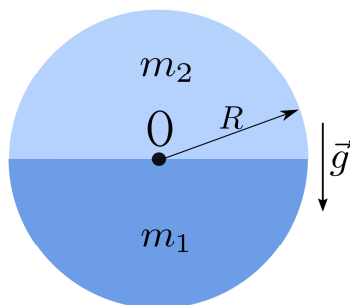
3. Удаљена сеоска кућа прикључена је на трансформатор двојичним каблом дужине $l = 10$ km. Услед топлеења изолације на неком месту дуж кабла настаје оштећење које се може представити проводником непознатог отпора R (видети слику). По пријављеном квару, електричари су изашли на терен како би отклонили квар. Да би утврдили место на ком је дошло до оштећења, електричари су каблове одвојили од куће и трансформатора и измерили три отпора. Прво су измерили отпор $R_1 = 1,14 \Omega$ између тачака K_1 и K_2 , при размакнутом тачкама T_1 и T_2 . Затим су кратко спојили тачке T_1 и T_2 и измерили отпор $R_2 = 1,12 \Omega$ између тачака K_1 и K_2 . На крају су измерили отпор $R_3 = 2,01 \Omega$ између тачака T_1 и T_2 при размакнутом тачкама K_1 и K_2 . Одредити непознати отпор R . На ком растојању од куће је дошло до квара? Претпоставити да су обе жице направљене од истог хомогеног материјала и да имају једнаке и константне попречне пресеке. (20 поена)

4. Тело облика диска направљено је спајањем два полудиска маса $m_1 = 1,2$ kg и $m_2 = 1$ kg и једнаких полупречника $R = 30$ cm (видети слику). Тело лежи у вертикалној равни у гравитационом пољу Земље и може слободно да ротира око осовине која пролази кроз центар диска, тачку O , и нормална је на раван цртежа. Колики је период малих осцилација овог система? Убрзање Земљине теже је $g = 9,81$ m/s². Напомена: Центар масе полудиска полупречника R налази се на растојању $d = \frac{4R}{3\pi}$ од његовог центра (тачке O на слици) дуж симетрале полудиска. (20 поена)

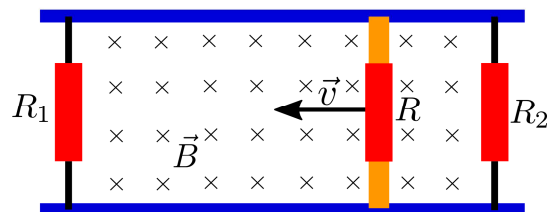
5. Штап дужине l и отпора R може да клизи по две паралелне проводне шине (видети слику). На крајевима шина, повезана су два отпорника отпорности R_1 и R_2 . Нормално на раван коју чине шине, укључено је хомогено магнетно поље индукције B и смера као на слици. Штап се вуче константном брзином v дуж шина. Одредити интензитете струја кроз отпорнике, силу која делује на штап да би се он кретао константном брзином, као и укупну снагу која се ослобађа на отпорницима. (20 поена)



Слика уз задатак 3



Слика уз задатак 4



Слика уз задатак 5

Задатке припремили:

Владан Павловић, Природно-математички факултет, Ниш
Владимир Вељић, Институт за физику, Београд
Марко Кузмановић, Физички факултет, Београд

Рецензент: др Димитрије Степаненко,

Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичења:

др Божидар Николић, Физички факултет, Београд



1. Нека се ЛХО креће по закону $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ **3п.** Тада се брзина ЛХО мења по закону $v(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$ **3п.** За положаје x_1 и x_2 када су брзине v_1 и v_2 важи $\frac{x_1^2}{A^2} + \frac{v_1^2}{A^2\omega^2} = 1$ **3п.** и $\frac{x_2^2}{A^2} + \frac{v_2^2}{A^2\omega^2} = 1$ **3п.**, одакле се добија $\omega = \sqrt{\frac{v_2^2 - v_1^2}{x_1^2 - x_2^2}}$ **2п.** и $A = \sqrt{\frac{x_2^2 v_1^2 - x_1^2 v_2^2}{v_1^2 - v_2^2}}$ **2п.** Период осциловања ЛХО је $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$ **2п.**, а енергија $E = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} = m \frac{x_2^2 v_1^2 - x_1^2 v_2^2}{2x_2^2 - 2x_1^2}$ **2п.**

2. На кружној орбити, Кулонова сила $F_C = k \frac{e^2}{r^2}$ **1п.** и центрифугална сила $F_{cf} = m\omega_0^2 r$ **1п.** су једнаке $F_C = F_{cf}$ **2п.** Из овог услова се добија угаона брзина електрона $\omega_0 = \sqrt{\frac{ke^2}{mr^3}}$ **2п.** Уколико је смер магнетног поља такав да је смер Лоренцове силе $F_L = evB$ **1п.** ка центру, услов равнотеже је $\frac{ke^2}{r^2} + evB = m\omega^2 r$ **2п.** Заменом израза линјску брзину преко угаоне $v = \omega r$ **1п.** и решавањем квадратне једначине за угаону брзину електрона се добија $\omega = \frac{eB}{2m} \pm \sqrt{\frac{e^2 B^2}{4m^2} + \frac{ke^2}{mr^3}}$ **3п.** При чему се због претпостављеног смера ротације узма само позитивно решење. Тражена разлика фреквенци је дакле $\Delta\omega = \omega - \omega_0 = \frac{eB}{2m} + \sqrt{\frac{e^2 B^2}{4m^2} + \frac{ke^2}{mr^3}} - \sqrt{\frac{ke^2}{mr^3}}$ **2п.** За супротну оријентацију магнетног поља је $\Delta\omega = -\frac{eB}{2m} + \sqrt{\frac{e^2 B^2}{4m^2} + \frac{ke^2}{mr^3}} - \sqrt{\frac{ke^2}{mr^3}}$ **5п.**

3. Нека је r_0 подужни отпор једне жице у каблу, R отпор настао услед квара и x растојање између квара и куће. Тада за прво мерење важи $R_1 = 2r_0 x + R$ **4п.**, за друго $R_2 = 2r_0 x + \frac{2r_0(l-x)R}{R+2r_0(l-x)}$ **6п.** и за треће $R_3 = 2r_0(l-x) + R$ **4п.** Заменом $2r_0 x = R_1 - R$ и $2r_0(l-x) = R_3 - R$ у једначину за R_2 и решавањем по R добија се $R = \sqrt{R_3(R_1 - R_2)} = 0,20 \Omega$ **3п.** Заменом r_0 из једначине за R_1 у једначину за R_2 добија се $x = \frac{R_1 - R}{R_1 + R_3 - 2R} l = \frac{R_1 - \sqrt{R_3(R_1 - R_2)}}{R_1 + R_3 - 2\sqrt{R_3(R_1 - R_2)}} l = 3,42 \text{ km}$ **3п.**

4. Момент инерције диска полупречника R и масе $2m$ у односу на осовину O је $I = mR^2$ **2п.**, па је момент инерције једне његове половине, полудиска полупречника R и масе m у односу на осовину O једнак $I = \frac{1}{2}mR^2$ **2п.** Укупан момент инерције диска описаног у задатку у односу на осовину O једнак је збиру момената инерције два полудиска, па је $I' = \frac{1}{2}m_1 R^2 + \frac{1}{2}m_2 R^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)R^2$ **3п.** Период осцилација физичког клатна једнак је $T = 2\pi \sqrt{\frac{I'}{mgd_{cm}}}$ **3п.** где је d_{cm} растојање од центра масе до тачке вешања, а $m = m_1 + m_2$ укупна маса диска. Вертикална координата центра масе d_{cm} се одређује по формули $y_{cm} = \frac{m_1 y_{cm1} + m_2 y_{cm2}}{m_1 + m_2}$ **3п.** одакле је $d_{cm} = \frac{4R m_1 - m_2}{3\pi m_1 + m_2}$ **3п.** Заменом ових резултата за период осцилација се добија $T = \pi \sqrt{\frac{3\pi R m_1 + m_2}{2g m_1 - m_2}} = 3,96 \text{ s}$ **4п.**

5. Еквивалентно електрично коло је приказано на слици. Према Фарадејевом закону електромагнетне индукције, индуковане електромоторне силе износе $\varepsilon_1 = \left| \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} \right| = Blv$ **1п.** и $\varepsilon_2 = \left| \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} \right| = Blv$ **1п.**, тј. важи $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = Blv$ **1п.** Из Кирхофових правила следи: $\varepsilon = IR + I_1 R_1$ **2п.**, $\varepsilon = IR + I_2 R_2$ **2п.** и $I = I_1 + I_2$ **2п.** Решавањем ових једначина за интензитете електричне струје се добија $I_1 = \frac{R_2}{RR_1 + R_1 R_2 + R_2 R} Blv$ **1п.**, $I_2 = \frac{R_1}{RR_1 + R_1 R_2 + R_2 R} Blv$ **1п.** и $I = \frac{R_1 + R_2}{RR_1 + R_1 R_2 + R_2 R} Blv$ **1п.** Да би се штап кретао константном брзином, на њега требају деловати силом истог интензитета, а супротног смера од Амперове силе. Ова сила је дакле једнака $F = I l B$ **2п.**, тј. $F = \frac{R_1 + R_2}{RR_1 + R_1 R_2 + R_2 R} B^2 l^2 v$ **2п.** Снага: 1) *Начин:* Пошто је у питању систем у коме нема трења, сва снага која се улаже да би се штап кретао се претвара у снагу која се ослобађа на отпорницима, па је $P = Fv$ **2п.**, тј. $P = \frac{R_1 + R_2}{RR_1 + R_1 R_2 + R_2 R} B^2 l^2 v^2$ **2п.** 2) *Начин:* Ослобођена снага на отпорницима је: $P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I^2 R$ **2п.**, тј. $P = \frac{R_1 + R_2}{RR_1 + R_1 R_2 + R_2 R} B^2 l^2 v^2$ **2п.**

