



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ



Друштво физичара Србије

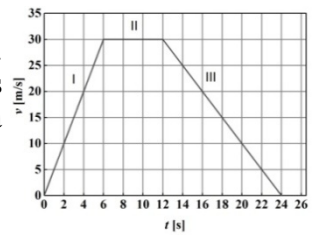
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије

ОПШТИНСКИ НИВО
28.02.2016.

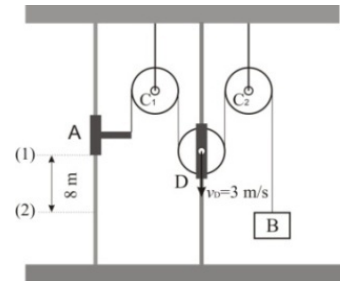
І РАЗРЕД

ЗАДАЦИ-фермионска категорија

1. На графику слика 1. приказана је зависност брзине аутомобила од времена. Наћи средње убрзање на сваком од означених сегмената I (од 0 до 6s), II (од 6s до 12s) и III (од 12s до 24s). Колико растојање пређе аутомобил од почетка кретања $t_0=0$ до тренутка $t=24s$? Кретање је све време праволинијско. (20п)

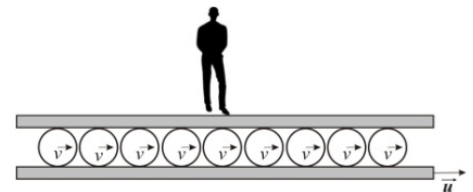


2. Неистегљива нит повезује тело В и клизач А као на слици 2. преко идентичних, непокретних котурова C_1 и C_2 , постављених на истом нивоу, и котура везаног за клизач D. Дуж вертикалних и непокретних шина могу се кретати клизач D (заједно са котуром) и клизач А. Клизач А почне да се креће равномерно убрзано без почетне брзине из положаја (1) ка положају (2), који су на растојању 8 m и у положају (2) достиже брзину $v_A=12m/s$, док се клизач D све време креће надоле константом брзином $v_D=3m/s$. Ако се зна да блок В константно убрзава, наћи пут који он пређе током кретања клизача А из положаја (1) у положај (2) и колика је његова брзина у тренутку када А пролази кроз (2). Нит је у сваком тренутку вертикална и затегнута. (20п)



Слика 2.

3. Систем приказан на слици 3. се састоји из низа идентичних цилиндара између две хоризонталне греде. Цилиндри се међусобно не дотичу и котрљају се тако да између њих и греда нема проклизавања. Центри цилиндара и доња греда се крећу удесно, редом брзинама v и u ($v>u$) у односу на непокретни референтни систем. Којом брзином треба да се креће човек у односу на горњу греду и у ком смеру у



односу на њу да би прешао пут s удесно у односу на непокретни референтни систем за време t ? Греде и цилиндри се све време крећу у описаном режиму. (20п)

Слика 3.

4. Упрошћен модел каже да човек види тако што у једној секунди прикупи 24 слике у једнаким временским интервалима и онда их у мозгу спаја и добије представу о ономе што гледа. На основу оваквог модела, наћи при којим угаоним брзинама точка при ротацији око осе нормалне на његову раван и која пролази кроз његов центар, човеку изгледа као да се тај точак не окреће. Точак има пет идентичних паока (кракова слика 4), који крећу из центра точка, а завршавају се у теменима правилног петоугла на обиму точка. Максимална угаона брзина којом може да ротира точак је $\omega_{max}=95rad/s$. (20п)



Слика 4.

5. Унутрашњост цеви ватреног оружја изнутра има навоје који омогућују да се метак током кретања кроз цев заротира, што му по изласку из цеви даје већу стабилност током лета и прецизност. Дакле, кретање метка кроз цев праћено је ротацијом око осе постављене дуж правца транслаторне брзине. Уколико сматрамо да су и транслаторно и ротационо кретање метка кроз цев равномерно убрзани и знамо да је метак приликом испљивања из цеви пушке дужине $L=2m$ направио унутар ње $n=2$ обрта, те да је излетео из ње брзином $v=320m/s$, наћи колика му је била угаона брзина приликом излетања из цеви. (20п)

Задатке припремили: др Петар Мали, ПМФ, Нови Сад

Светислав Мијатовић, Физички факултет, Београд

Зоран Поповић, Физички факултет, Београд

Рецензент: Доц. др Божидар Николић, Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичење за средње школе: Доц. др Божидар Николић, Физички факултет, Београд



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја

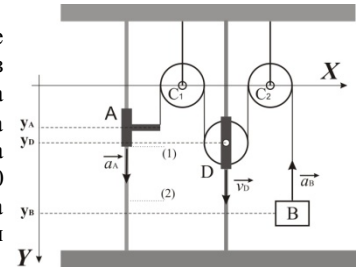
ОПШТИНСКИ НИВО
28.02.2016.

I РАЗРЕД

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА-фермионска категорија

P1. Убрзање се може добити из формуле за брзину равномерног убрзаног кретања, при чему се вредности брзина и времена кретања читавају са графика. Убрзање на сегменту I је $a_I = \frac{30-0}{6} = 5 \text{ m/s}^2$ (5п), на другом сегменту $a_{II} = 0$ (5п) и на III сегменту $a_{III} = \frac{0-30}{24-12} = -2,5 \text{ m/s}^2$ (5п). Пређени пут аутомобила од почетка кретања може се изразити као $s = s_I + s_{II} + s_{III} = \frac{a_I t^2}{2} + v_{II} t_{II} + (v_{II} t_{III} + \frac{a_{III} t_{III}^2}{2}) = 450 \text{ m}$ (5п), где су $t_I = 6 \text{ s}$, $t_{II} = 6 \text{ s}$, $t_{III} = 12 \text{ s}$, $v_{II} = 30 \text{ m/s}$.

P2. Укупна дужина нити у систему се може изразити као $L = 2y_D + y_B + y_A + L_{\text{кот}}$ (1п) (слика 1.) где је $L_{\text{кот}}$ дужина нити која опасује котурове, а y_D , y_A , y_B су положаји котурова А, Д и тела В. Из услова да је нит неистегљива $L = 2(y_D + \Delta y_D) + (y_B + \Delta y_B) + (y_A + \Delta y_A) + L_{\text{кот}}$ (2п), веза између помераја Δy_D , Δy_A и Δy_B редом клизача А, Д и тела В је $2\Delta y_D + \Delta y_B + \Delta y_A = 0$ (2п). Користећи формуле за транслаторно, праволинијско кретање при константном убрзању, можемо наћи однос брзина тела и њихових убрзања током кретања. Везе између брзина и убрзања клизача и тела су $2v_D + v_B + v_A = 0$ (3п) и $2a_D + a_B + a_A = 0$ (3п). Из услова да је $v_D = \text{const}$ тј. $a_D = 0$ (1п) добије се коначан однос убрзања тела у систему $a_B = -a_A$ (1п). Пошто клизач А креће из стања мировања $v_{A1} = 0$, за брзину у тачки



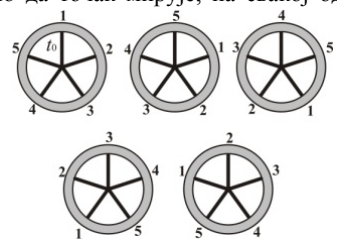
(2) важи формула $v_{A2} = \sqrt{2a_A s_A}$ (1п), одакле се добије убрзање клизача $a_A = 9 \text{ m/s}^2$ (1п). Време кретања клизача А између тачака (1) и (2) може се добити из $v_{A2} = ta_A$, $t = v_{A2}/a_A = 1,33 \text{ s}$ (1п). Брзина тела В у тренутку када А пролази кроз положај (2) је $v_B = -v_A - 2v_D = -18 \text{ m/s}$ (2п), а знак указује да је вектор брзине усмерен навише. Пут који пређе тело В од почетка кретања до тренутка када тело А прође кроз (2) је $s_B = 2v_D t + a_A t^2 / 2 = 16 \text{ m}$ (2п).

Објашњење везе помераја, брзина и убрзања: Нека се тело у почетном тренутку $t_0 = 0$ налази у положају x_0 , има брзину v_0 и све време равномерно убрзава убрзањем a . Његов положај у тренутку t је дат као $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Из односа помераја тела између тренутака $t - \Delta t/2$ и $t + \Delta t/2$, и дужине временског интервала кретања Δt (Δt коначан временски интервал) добије се његова тренутна брзина $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t/2) - x(t-\Delta t/2)}{\Delta t} = \frac{\Delta t v_0 + \Delta t a t}{\Delta t} = v_0 + at = v(t)$ у тренутку t . Ако је $a = 0$, тада је $v(t) = v_0$. Аналогно се добије убрзање $a = \frac{v(t+\Delta t/2) - v(t-\Delta t/2)}{\Delta t}$.

P3. Обележимо са u' брзину горње греде у односу на непокретни референтни систем, са v' брзину човека у односу на непокретни систем, са ω угаону брзину цилиндара и са V тражену величину, односно брзину човека у односу на горњу греду. Из услова задатка следи да је $v' = \frac{s}{t}$ (2п), и да је та брзина усмерена удесно. Из услова да нема проклизавања између цилиндара и доње греде, следи да се тачка на цилиндру која додирује доњу греду креће истом брзином као и греда, односно $u = v - \omega r$ (3п), где је r полупречник цилиндара. Аналогним поступком налазимо да је брзина горње греде $u' = v + \omega r$ (2п), односно $u' = 2v - u$ (2п). Укупно кретање човека јесте сложено кретање које потиче од кретања горње греде и кретања човека по њој (2п). Ту сада разликујемо три случаја. Уколико је $u' > v'$, тј. $\frac{s}{t} < 2v - u$ тада човек треба да се креће на лево у односу на горњу греду и то брзином $V = 2v - u - \frac{s}{t}$ (3п). Уколико је $\frac{s}{t} = 2v - u$ тада се човек не креће у односу на греду, тј. $V = 0$ (3п). И последњи случај јесте уколико је $\frac{s}{t} > 2v - u$, и тада човек треба да се креће на десно по греди брзином $V = \frac{s}{t} - 2v + u$ (3п). Могуће је и објединити сва три решења као $V = \frac{s}{t} - 2v + u$, где онда смер кретања човека по греди зависи од знака брзине V , тј. ако је позитивна онда се креће на десно, ако је негативна на лево и ако је нула онда мирује.

P4. Човеку се чини да точак не ротира уколико свака од 24 слике коју региструје у току једне секунде изгледа исто (5п). То значи да, ако се кретање точка посматра од тренутка t_0 означено на слици 3., да би човеку изгледало да точак мирује, на свакој од следећих слика коју он региструје, точак мора да се нађе у једној од следећих приказаних позиција са слике 4 (1п). Пошто је угаона брзина константна, а угао између кракова исти, следи да уколико нема разлике између прве две слике које човек види, нема ни међу осталима (2п).

Дакле, крак 1 на другој слици коју види човек треба да опише угао $\theta = n \frac{2\pi}{5}$, где је n природан број (2п). Са друге стране, угао који крак опише је $\theta = \omega t$, где је ω тражена угаона брзина, а t време које протеку између две регистроване слике (2п). Модел каже да човек региструје слике у једнаким временским интервалима одакле следи да је $t = \frac{1}{24} \text{ s}$ (2п). Коначна формула са угаону брзину је $\omega = \frac{48n\pi \text{ rad}}{5 \text{ s}}$, (3п) а из услова да је максимална угаона брзина 95 rad/s следи $n \leq 3$, тј. тражене угаоне брзине су $30,16 \text{ rad/s}$ (1п), $60,32 \text{ rad/s}$ (1п) и $90,48 \text{ rad/s}$ (1п).



Слика 2.

P5. Убрзање метка који се кроз цев креће равномерно убрзано без почетне брзине дато је као $a = \frac{v^2}{2L}$ (2п). Време кретања метка кроз цев је $t = \frac{v}{a}$ (2п) односно $t = \frac{2L}{v} = 0,0125 \text{ s}$ (3п). Током транслације одвија се и ротационо кретање, тако да док је у цеви метак опише угао $\theta = 2\pi n = 4\pi$ (3п). Аналогним поступком као за транслаторно кретање добијамо да је угаоно убрзање једнако $\alpha = \frac{\omega}{t}$ (2п), где је ω крајња угаона брзина метка. Са друге стране код равномерно убрзаног ротационог кретања важи $\omega^2 = 2\alpha\theta = \frac{4\pi n\omega}{t}$ (4п), па се добије израз за крајњу угаону брзину $\omega = \frac{4\pi n v}{2L}$ (2п). Заменом бројних вредности добије се $\omega = 2010,62 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (2п).



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

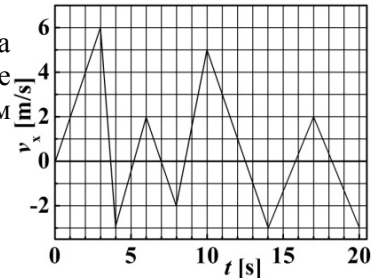


I РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ-бозонска категорија

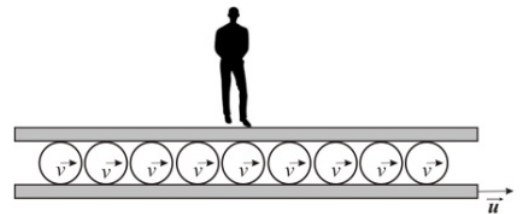
ОПШТИНСКИ НИВО
28.02.2016.

1. Брзина неког тела се током времена мења као на графику приказаном на слици 1. Тело се све време креће праволинијски дуж X -осе. Колики је максималан померај тела у односу на координатни почетак током приказаног временског интервала на графику? (20п)



Слика 1.

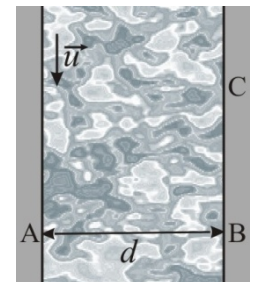
2. Систем приказан на слици 2. се састоји из низа идентичних цилиндара између две хоризонталне греде. Цилиндри се међусобно не дотичу и котрљају се тако да између њих и греда нема проклизавања. Центри цилиндара и доња греда се крећу удесно, редом брзинама v и u ($v > u$) у односу на непокретни референтни систем. Којом брзином треба да се креће човек у односу на горњу греду и у ком смеру у односу на њу да би прешао пут s удесно у односу на непокретни референтни систем за време t ? Греде и цилиндри се све време крећу у описаном режиму. (20п)



Слика 2.

3. а) Време кретања тела, које се креће равномерно убрзано без почетне брзине, подељено је на цело број једнаких временских интервала $\Delta t = \frac{t}{k}$ где је $k=2,3,4,\dots$, а Δt -коначан временски интервал. Доказати да се пређени путеви тела током суседних временских интервала односе као непарни бројеви. (10п)
б) На основу тврдње из задатка под а) решити следећи проблем. Тело занемарљивих димензија пушта се са врха стрме равни без почетне брзине. За трећину времена које му треба да стигне до подножја пређе $2m$. Средња брзина тела у последњој секунди кретања по стрмој равни износи $10,9m/s$. Колико износи убрзање тела? (10п)

4. Милорад, који је одличан пливач, исплива кратке стазе (до 200m) константном брзином интензитета $v = 2m/s$ у мирној води. Улази у брзу реку чија је брзина $u = 1m/s$ и има правац и смер као на слици 3. Милорад крене из тачке А тако да му вектор брзине \vec{v} гради угао од 45° у односу на правац који спаја тачке А и В и на тај начин стиже у тачку С. Пола минута након Милорада пешак Лаза креће из мировања из тачке В и креће се обалом до тачке С равномерно убрзано. Он и Милорад стижу истовремено до тачке С. Колико износи интензитет убрзања пешака Лазе? Растојање



Слика 3.

између тачака А и В је $100m$. (20п)

5. Упрошћен модел каже да човек види тако што у једној секунди прикупи 24 слике у једнаким временским интервалима и онда их у мозгу спаја и добије представу о ономе што гледа. На основу оваквог модела, наћи при којим угаоним брзинама тачка при ротацији око осе нормалне на његову раван и која пролази кроз његов центар, човеку изгледа као да се тај точак не окреће. Точак има пет идентичних паока (кракова слика 4.), који крећу из центра тачка, а завршавају се у теменима правилног петоугла на обиму тачка. Максимална угаона брзина којом може да ротира точак је $\omega_{\max} = 95 \text{ rad/s}$. (20п)



Слика 4.

Задатке припремили: др Петар Мали, ПМФ, Нови Сад

Светислав Мијатовић, Физички факултет, Београд

Зоран Поповић, Физички факултет, Београд

Рецензент: Доц. др Божидар Николић, Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичење за средње школе: Доц. др Божидар Николић, Физички факултет, Београд



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ



Друштво физичара Србије

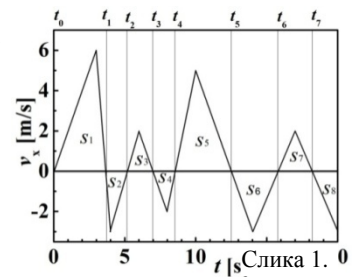
Министарство просвете, науке и технолошког
развија Републике Србије

ОПШТИНСКИ НИВО
28.02.2016.

І РАЗРЕД

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА-бозонска категорија

P1. Растојање од координатног почетка, дуж X-осе рачунамо додавањем или одузимањем пређеног пута, који рачунамо као површину на графику (1п). Троуглови, чија се површина рачуна, дефинисани су над временским интервалима током којег се не мења смер брзине. Положаји тела у означеним тренуцима (слика 1.) су редом: $x_1=s_1=0,5(t_1-t_0)6m/s, t_1=t_1+t_1', t_1'=3s; a_1''=-(-6-(-3))/1=-9m/s^2, t_1'=6/9s, t_1=11/3s$ (1п), $x_1=11m$ (1п); $s_2=0,5(t_2-t_1)3m/s, t_2=4s+t_2', t_2''=2, t_2''=2,5, t_2=1,2s; t_2=5,2s$ (1п), $s_2=2,3m$ (1п) (дужина помераја уназад), $x_2=x_1-s_2=8,7m$ (1п); $s_3=0,5(t_3-t_2)(2m/s), t_3=7s$ (1п) (очитава се са графика), $s_3=1,8m$ (1п), $x_3=x_2+s_3=10,5m$ (1п); $s_4=0,5(t_4-t_3)(2m/s), t_4=8s+t_4', t_4''=2, t_4''=2, t_4=4/7; t_4=60/7s$ (1п), $s_4=11/7m$ (1п); (дужина помераја уназад), $x_4=x_3-s_4=8,93m$ (1п); $s_5=0,5(t_5-t_4)(5m/s), t_5=10s+t_5', t_5''=5, t_5''=5, t_5=25/2s$



(1п), $s_5=275/28m$ (1п); $x_5=x_4+s_5=18,75m$ (1п); $s_6=0,5(t_6-t_5)(3m/s), t_6=14s+t_6', t_6''=3, t_6''=3, t_6=9/5s; t_6=15,8s$ (1п), $s_6=4,95m, x_6=x_5-s_6=13,8m$ (1п); $s_7=0,5(t_7-t_6)(2m/s), t_7=17s+t_7', t_7''=2, t_7''=2, t_7=6/5s; t_7=18,2s$ (1п), $s_7=2,4m, x_7=x_6+s_7=16,2m$ (1п). На временском интервалу од t_7 до $20s$ тело се креће уназад, те је због тога највеће одступање од координатног почетка у тренутку t_5 тј. x_5 (1п).

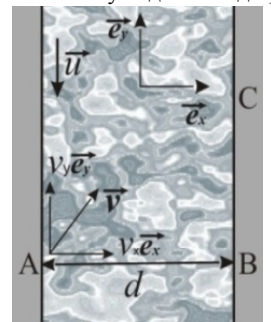
P2. Обележимо са u' брзину горње греде у односу на непокретни референтни систем, са v' брзину човека у односу на непокретни систем, са ω угаону брзину цилиндара и са V тражену величину, односно брзину човека у односу на горњу греду. Из услова задатка следи да је $v' = \frac{s}{t}$ (2п), и да је та брзина усмерена удесно. Из услова да нема проклизавања између цилиндара и доње греде, следи да се тачка на цилиндру која додирује доњу греду креће истом брзином као и греду, односно $u = v - \omega r$ (3п), где је r полупречник цилиндара. Аналогним поступком налазимо да је брзина горње греде $u' = v + \omega r$ (2п), односно $u' = 2v - u$ (2п). Укупино кретање човека јесте сложено кретање које потиче од кретања горње греде и кретања човека по њој (2п). Ту сада разликујемо три случаја. Уколико је $u' > v'$, тј. $\frac{s}{t} < 2v - u$ тада човек треба да се креће на лево у односу на горњу греду и то брзином $V = 2v - u - \frac{s}{t}$ (3п). Уколико је $\frac{s}{t} = 2v - u$ тада се човек не креће у односу на греду, тј. $V = 0$ (3п). И последњи случај јесте уколико је $\frac{s}{t} > 2v - u$, и тада човек треба да се креће на десно по греди брзином $V = \frac{s}{t} - 2v + u$ (3п). Могуће је и објединити сва три решења као $V = \frac{s}{t} - 2v + u$, где онда смер кретања човека по греди зависи од знака брзине V , тј. ако је позитивна онда се креће на десно, ако је негативна на лево и ако је нула онда мирује.

P3. а) Крећући се равномерно убрзано из мировања након времена Δt тело пређе пут $\Delta s_1 = \frac{a(\Delta t)^2}{2}$ (1п). У следећем временском интервалу Δt , тело пређе пут $\Delta s_2 = \frac{a(2\Delta t)^2}{2} - \frac{a(\Delta t)^2}{2} = \frac{3a(\Delta t)^2}{2}$ (2п), потом на следећем интервалу тј. у тренуцима од $2\Delta t$ до $3\Delta t$ тело пређе пут $\Delta s_3 = \frac{a(3\Delta t)^2}{2} - \frac{a(2\Delta t)^2}{2} = \frac{5a(\Delta t)^2}{2}$ (1п). Одакле видимо правилност $\Delta s_1 : \Delta s_2 : \Delta s_3 = 1 : 3 : 5$ (2п). Од $t=0$ до тренутка $n\Delta t$ тело пређе пут $s_n = \frac{a(n\Delta t)^2}{2}$ (1п), а од $t=0$ до тренутка $(n-1)\Delta t$, $s_{n-1} = \frac{a((n-1)\Delta t)^2}{2}$ (1п). Пређени пут између тренутака $(n-1)\Delta t$ и $n\Delta t$ је $\Delta s_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(2n-1)a(\Delta t)^2}{2}$ (2п) што је пропорционално непарном броју $2n - 1$, одакле видимо да правилност важи у општем случају. б) Ако тело за трећину времена које му треба да стигне до подножја пређе пут $\Delta s_1 = 2m$, онда на основу задатка под а) можемо да закључимо да је дужина стрме равни $l = \Delta s_1 + 3\Delta s_1 + 5\Delta s_1 = 18m$ (2п). Средња брзина тела у последњој секунди износи $v_{sr} = 10,9m/s$, што значи да тело у последњој секунди кретања по стрмој равни пређе пут $l_2 = 10,9m$ (1п). До последње секунде тело пређе пут $l_1 = l - l_2 = 7,1m$ (1п). Интензитет брзине на почетку последње секунде кретања по стрмој равни је $v_1 = \sqrt{2al_1}$ (2п), а на крају последње секунде је $v_2 = \sqrt{2al}$ (1п). Знајући да је средња брзина у последњој секунди такође једнака $v = \frac{v_1+v_2}{2}$

(2п), добија се израз за убрзање $a = \frac{2v_{sr}^2}{(\sqrt{l_1} + \sqrt{l})^2} = 4,98m/s^2$. (1п)

Напомена: На основу решења може се закључити да је угао стрме равни око 30° .

P4. Вежемо координатни систем као на слици 2. Вектор брзине Милорада је $\vec{v} = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y$ (3п), где су пројекције брзине на координатне осе у приказаном случају $v_x = v_y = \frac{v\sqrt{2}}{2} = 1,42m/s$ (5п), а \vec{e}_x, \vec{e}_y су јединични вектори одговарајућих координатних оса. Резултујућа брзина му је при томе $\vec{v}_r = v_x \vec{e}_x + (v_y - u) \vec{e}_y$ (3п). Милорад доплива до тачке С за време $t = \frac{d}{v_x}$ (3п). Тачка С је удаљена од тачке В $d_y = (v_y - u)t$ (3п). Пешак Лаза се



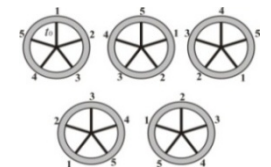
Слика 2.

креће $t'=30s$ краће, па је одатле интензитет убрзања пешака $a = \frac{2d_y}{(t-t')^2} = \frac{2(v_y-u)d_y}{(v_x-t')^2} = 0,04m/s^2$. (3п)

P5. Човеку се чини да точак не ротира уколико свака од 24 слике коју региструје у току једне секунде изгледа исто (5п). То значи да, ако се кретање точка посматра од тренутка t_0 означено на слици 3., да би човеку изгледало да точак мирује, на свакој од следећих слика коју он региструје, точак мора да се нађе у једној од следећих приказаних позиција са слике 4 (1п). Пошто је угаона брзина константна, а угао између кракова исти, следи да уколико нема разлике између прве две слике које човек види, нема ни међу осталима (2п).

Дакле, крак 1 на другој слици коју види човек треба да опише угао $\theta = n \frac{2\pi}{5}$, где је n природан број (2п).

Са друге стране, угао који крак опише је $\theta = \omega t$, где је ω тражена угаона брзина, а t време које протекне између две регистроване слике (2п). Модел каже да човек региструје слике у једнаким временским интервалима одакле следи да је $t = \frac{1}{24}s$ (2п). Коначна формула са угаону брзину је $\omega = \frac{48n\pi \text{ rad}}{5s}$, (3п) а из услова да је максимална угаона брзина 95rad/s следи $n \leq 3$, тј. тражене угаоне брзине су $30,16\text{rad/s}$ (1п), $60,32\text{rad/s}$ (1п) и $90,48\text{rad/s}$ (1п).



Слика 3.