



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ

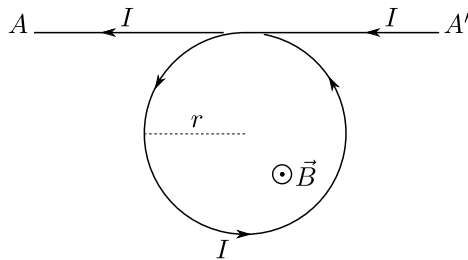


III РАЗРЕД

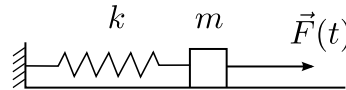
Друштво физичара Србије  
Министарство просвете и науке Републике Србије  
ЗАДАЦИ

ОКРУЖНИ НИВО  
10.03.2012.

1. Хомогени проводник масе  $M$  и дужине  $L$  савијен је у кружну петљу радијуса  $r$  која се налази у вертикалној равни. Цео проводник може слободно да ротира око свог учвршћеног хоризонталног дела  $AA'$ . Кроз проводник протиче константна струја јачине  $I$  у присуству хомогеног магнетног поља индукције  $\vec{B}$ , нормалног на раван петље. Израчунајте кружну учестаност малих осцилација које настају када се петља изведе из равнотежног положаја за мали угао у односу на вертикалну раван и пусти. Момент инерције прстена масе  $m$  и радијуса  $r$  у односу на осу у равни прстена која пролази кроз његов центар је  $I_0 = mr^2/2$ . Занемарите ефекте електромагнетне индукције. (20 п.)
2. Тело масе  $m = 1.00 \text{ kg}$  се налази на хоризонталној подлози и закачено је за лаку хоризонталну опругу чији је други крај непокретан. На тело делује принудна сила интензитета  $F(t) = F_0 \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t$ , правца и смера приказаног на слици, као и сила трења  $\vec{F}_{tr} = -\mu \vec{v}$ , при чему је  $\vec{v}$  брзина тела,  $F_0 = 0.20 \text{ N}$ ,  $\omega_1 = 15.00 \text{ s}^{-1}$ ,  $\omega_2 = 5.00 \text{ s}^{-1}$  и  $\mu = 0.05 \text{ kg/s}$ . Нађите све вредности константе еластичности опруге  $k$  за које се систем налази у резонанци, као и одговарајуће амплитуде осциловања тела. *Напомена:* Када у истом систему на тело дуж правца опруге делује принудна сила облика  $f(t) = f_0 \cos \omega t$ , амплитуда принудних осцилација је дата изразом  $x_0 = f_0 / \sqrt{(k - m\omega^2)^2 + \mu^2 \omega^2}$ . (16 п.)

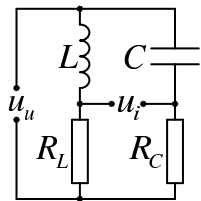


Слика уз задатак 1

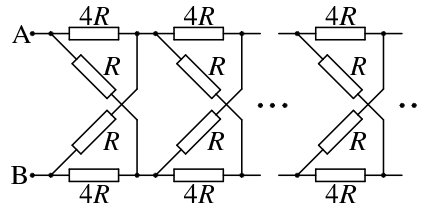


Слика уз задатак 2

3. Вертикални цилиндрични суд испуњен идеалним једноатомским гасом затворен је одозго клипом масе  $M$  и површине  $S$ . Клип се налази у равнотежи на висини  $h_0$  од дна суда и може да клизи дуж суда у вертикалном правцу. Суд и клип су израђени од материјала који је идеални топлотни изолатор. Атмосферски притисак је  $p_a$ . На клип се постави мало тело масе  $m \ll M$  без почетне брзине. а) Занемарујући трење, одредите зависност висине клипа од времена. б) Ако се трење не занемари, колика ће бити коначна висина на којој ће се клип зауставити након довољно дугог времена? *Напомена:* Искористите приближну једнакост  $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ , која важи за произвољно  $\alpha \in \mathbb{R}$  и  $|x| \ll 1$ . (24 п.)
4. Коло приказано на слици је прикључено на наизменични напон  $u_u$  ефективне вредности  $U_u$ . Ако су познате отпорности у колу  $R_L$  и  $R_C$  и индуктивност калема  $L$ , одредите капацитет кондензатора  $C$  тако да ефективна вредност излазног напона  $u_i$  има максималну вредност  $U_{i,max}$ . Колико износи  $U_{i,max}$ ? (20 п.)
5. Одредити еквивалентну отпорност између тачака А и В у бесконачној мрежи отпорника приказаној на слици. (20 п.)



Слика уз задатак 4



Слика уз задатак 5

Свим такмичарима желимо пријатан и успешан рад!

Задатке припремили: Милан Радоњић и Милан Жежељ, Институт за физику, Београд

Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику, Београд

Председник комисије за такмичења средњих школа: др Александар Крмпот, Институт за физику, Београд



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ



III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије  
Министарство просвете и науке Републике Србије  
РЕШЕЊА

ОКРУЖНИ НИВО  
10.03.2012.

- Маса петље је  $m = 2\pi rM/L$ , а њен момент инерције у односу на осу  $AA'$  се добија по Штајнеровом обрасцу,  $I_{AA'} = mr^2/2 + mr^2 = 3mr^2/2$  (2 п.). Када се петља отклони у односу на вертикалу за мали угао  $\phi$ , на њу ће деловати момент силе Земљине теже, интензитета  $M_G = -mgr \sin \phi$  (3 п.), где минус показује да момент силе делује у правцу смањења  $\phi$ . Магнетни момент петље је  $p_m = Ir^2\pi$  (2 п.), па на њу делује и момент силе магнетног поља, интензитета  $M_B = -p_mB \sin \phi = -Ir^2\pi B \sin \phi$  (3 п.). Једначина осцилација петље је  $I_{AA'}\alpha = M_G + M_B$ , тј.  $3mr^2\alpha/2 = -(mgr + Ir^2\pi B) \sin \phi \approx -(mgr + Ir^2\pi B)\phi$  (5 п.), одакле се добија кружна учестаност малих осцилација  $\omega^2 = 2(g/r + I\pi B/m)/3$ , односно  $\omega = \sqrt{2(g/r + I\pi B/m)/3}$  (5 п.).
- Пошто је  $\cos \omega_1 t \cos \omega_2 t = [\cos(\omega_1 + \omega_2)t + \cos(\omega_1 - \omega_2)t]/2$ , принудна сила се може приказати у облику збира две хармонијске силе,  $F(t) = F_1(t) + F_2(t)$ , при чему је  $F_1(t) = F_0 \cos \Omega_1 t/2$ ,  $\Omega_1 = \omega_1 + \omega_2 = 20.00 \text{ s}^{-1}$  (3 п.) и  $F_2(t) = F_0 \cos \Omega_2 t/2$ ,  $\Omega_2 = \omega_1 - \omega_2 = 10.00 \text{ s}^{-1}$  (3 п.). Кретање тела је суперпозиција два принудна осциловања са учестаностима  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  и амплитудама, редом,  $x_{01} = F_0/2\sqrt{(k - m\Omega_1^2)^2 + \mu^2\Omega_1^2}$  (1 п.) и  $x_{02} = F_0/2\sqrt{(k - m\Omega_2^2)^2 + \mu^2\Omega_2^2}$  (1 п.). Систем је у резонанци уколико једна од амплитуда достиже максималну вредност. То се постиже када је  $k = m\Omega_1^2 \approx 400 \text{ N/m}$  (2 п.) или  $k = m\Omega_2^2 \approx 100.0 \text{ N/m}$  (2 п.). У случају да је осциловање на једној од учестаности  $\Omega_1$  или  $\Omega_2$  резонантно, друго је јако пригушено. Одговарајуће амплитуде су  $X_{01} = F_0/2\mu\Omega_1 \approx 0.10 \text{ m}$  (2 п.) и  $X_{02} = F_0/2\mu\Omega_2 \approx 0.20 \text{ m}$  (2 п.).
- а) У равнотежном положају притисак у суду је  $p_0 = p_a + Mg/S$  (2 п.). Када се на клип дода мало тело, започиње адијабатско сабијање гаса и важи  $pV^\gamma = \text{const}$ , где је  $\gamma = 5/3$  (1 п.). Означимо са  $\Delta h$  промену висине клипа. Када је клип на висини  $h = h_0 - \Delta h$ , важи  $p_0 S^\gamma h_0^\gamma = p S^\gamma h^\gamma \equiv p S^\gamma (h_0 - \Delta h)^\gamma$  (2 п.), одакле следи  $p = p_0(1 - \Delta h/h_0)^{-\gamma} \approx p_0(1 + \gamma\Delta h/h_0)$  (2 п.). Једначина кретања клипа са телом је  $(M + m)a = (M + m)g + p_a S - pS$  (3 п.), одакле се заменом израза за притисак  $p$  и коришћењем услова равнотеже добија  $(M + m)a = mg - \gamma p_0 S \Delta h/h_0$  (3 п.). Последња једначина се може приказати у облику  $a \approx -\omega^2(\Delta h - \Delta h_{\text{eq}})$ , где је  $\omega = \sqrt{\gamma p_0 S/Mh_0}$  (1 п.) и  $\Delta h_{\text{eq}} = mgh_0/\gamma p_0 S$  (1 п.) ( $M + m \approx M$ ). Ово представља једначину осциловања око равнотежног положаја  $\Delta h_{\text{eq}}$  кружном учестаношћу  $\omega$ . Будући да клип и тело у почетном тренутку имају нулту брзину, следи  $\Delta h(t) = \Delta h_{\text{eq}}(1 - \cos \omega t)$ , односно  $h(t) = h_0 - \frac{mgh_0}{\gamma(p_a S + Mg)}(1 - \cos \omega t)$  (5 п.). б) У реалности ће услед трења осциловање бити пригушено, па ће коначна висина бити  $h_\infty = h_0 - \Delta h_{\text{eq}} = h_0 - h_0 \frac{mg}{\gamma(p_a S + Mg)}$  (4 п.).
- Означимо са  $i_L$  струју кроз калем  $L$  и отпорник  $R_L$ , а са  $i_C$  струју кроз кондензатор  $C$  и отпорник  $R_C$ . Претпоставимо да обе струје имају исти референтни смер и да су напони на свим елементима у колу усклађени са претпостављеним смером струја. На основу II Кирхофовог закона важи  $u_u = u_L + u_{R_L}$  (1 п.) и  $u_u = u_C + u_{R_C}$  (1 п.). Напон на калему  $u_L$  предњачи за  $\pi/2$  у односу на струју  $i_L$ , тј. напон  $u_{R_L}$  који је у фази са струјом  $i_L$  (1 п.). Напон на кондензатору  $u_C$  касни за  $\pi/2$  у односу на струју  $i_C$ , тј. напон  $u_{R_C}$  који је у фази са струјом  $i_C$  (1 п.). На основу тога можемо да нацртамо векторски дијаграм напона у колу, приказан на слици (3 п.), где интензитети вектора одговарају ефективним вредностима напона. На основу особина правоуглог троугла, тачке 1 и 2 се налазе на кружници чији је пречник једнак ефективној вредности улазног напона  $U_u$ , при чему је положај тачке 1 фиксиран вредностима  $L$  и  $R_L$  (1 п.), док положај тачке 2 на кружници можемо да мењамо променом вредности

Задатке припремили: Милан Радоњић и Милан Жежељ, Институт за физику, Београд

Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику, Београд

Председник комисије за такмичења средњих школа: др Александар Крмпот, Институт за физику, Београд



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ



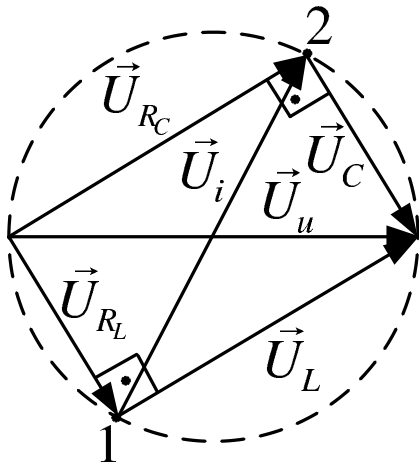
III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије  
Министарство просвете и науке Републике Србије  
РЕШЕЊА

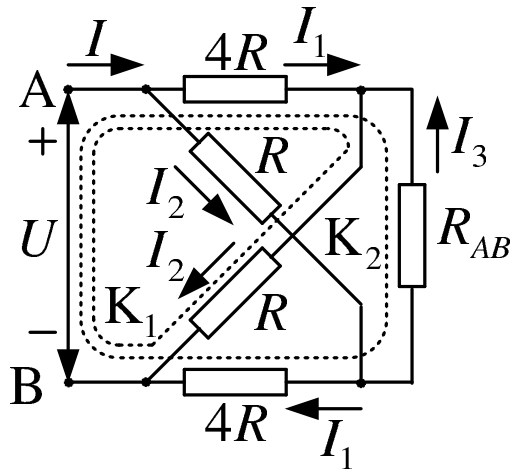
ОКРУЖНИ НИВО  
10.03.2012.

$C$  (1 п.). Како је ефективна вредност излазног напона  $U_i = |\vec{U}_{RL} - \vec{U}_{RC}| = |\vec{U}_1 - \vec{U}_2|$  (1 п.), максимална вредност се постиже када се тачка 2 постави дијаметрално супротно у односу на тачку 1 (4 п.). Тада је  $U_{RL} = U_C$ , тј.  $R_L I_L = I_C / \omega C$  (1 п.) и  $U_{RC} = U_L$ , тј.  $R_C I_C = \omega L I_L$  (1 п.), где је  $\omega$  угаона учестаност струје у колу. Решавањем претходног система једначина добија се  $C = L / (R_L R_C)$  (2 п.). Тада је ефективна вредност излазног напона максимална и једнака  $U_{i,max} = U_u$  (2 п.).

5. Нека је еквивалентна отпорност мреже  $R_{AB}$ . Како се мрежа састоји од бесконачно много ћелија, то је и отпорност дела мреже десно од прве ћелије такође једнака  $R_{AB}$ , као што је приказано на слици (6 п.). На основу симетрије, интензитети струја кроз отпорнике  $R$  су међусобно једнаки, као што су једнаки и интензитети струја кроз отпорнике  $4R$  (2 п.). За смерове струја као на слици, на основу I Кирхофовог закона важи  $I = I_1 + I_2$  (1 п.) и  $I_1 = I_2 - I_3$  (1 п.). Како је на основу Омовог закона  $U = R_{AB} I$  (1 п.), II Кирхофов закон примењен на контуру  $K_1$  даје  $R_{AB} I = 4R I_1 + R I_2$  (1 п.), док II Кирхофов закон примењен на контуру  $K_2$  даје  $R_{AB} I = 4R I_1 - R_{AB} I_3 + 4R I_1$  (1 п.). Решавањем претходног система једначина добија се  $R_{AB}^2 = 4R^2$ , одакле је  $R_{AB} = 2R$  (7 п.).



Слика уз решење задатка 4



Слика уз решење задатка 5

Свим члановима комисија желимо пријатан рад!

Задатке припремили: Милан Радоњић и Милан Жежељ, Институт за физику, Београд

Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику, Београд

Председник комисије за такмичења средњих школа: др Александар Крмпот, Институт за физику, Београд