

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

Задаци за окружно такмичење ученика средњих школа

17. март 2007.

IV разред

1. Куглица је везана за четири опруге као на слици 1. Константе еластичности опруга су: $k_1=k$, $k_2=2k$, $k_3=3k$ и $k_4=14k$. У почетном тренутку куглица се изведе из равнотежног положаја за $\Delta x = \Delta y = d$, а затим пусти. Растојање d је много мање од дужина опруга. а) Одредити једначину путање $y = f(x)$ по којој се креће куглица после пуштања. б) Нацртати путању.

(20п)

2. Наћи енергију везе електрона у основном стању водонику сличног јона у чијем спектру је таласна дужина треће линије Балмерове серије $108,5 \text{ nm}$. ($R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$, $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$)

(20п)

3. Вагонет V се креће без трења по шинама положеним по путу $ABCD$ који се састоји из праволинијског дела AB и лука BCD кружнице полупречника R са центром у тачки O – види слику 2. Праволинијски део AB додирује лук кружнице B у тачки B . Колика је минимална брзина v_0 којом треба гурнути вагонет са почетне висине $h_0 = R$ да би он стигао у тачку D ?

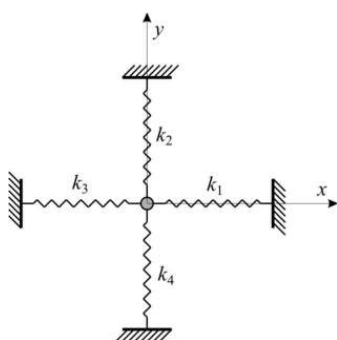
(20п)

4. Грејалица са спиралним грејачем, која је прикључена на извор наизменичног напона, има однос индуктивног и термогеног отпора $0,1$. Наћи како и за колико процената се промени снага грејалице када се у грејач увуче магнетична шипка, релативне магнетне пропустљивости $\mu_r = 1,5$

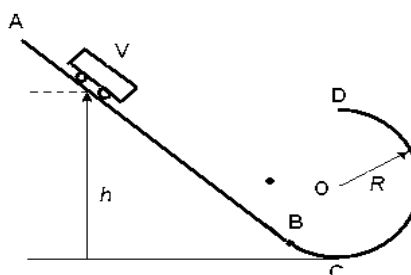
(20п)

5. Релативистички протон кинетичке енергије T судара се еластично са протоном који мирује. Као резултат таквог судара оба протона су се разлетела симетрично у односу на правац кретања првог протона пре судара. Одредити угао θ који заклапају импулси протона после судара. Масу мировања протона означити са m_0 . (Млади физичар, Јануар 2002, МФ 68.4.2)

(20п)



Слика 1



Слика 2

Задатке припремио: Александар Крмпот, Институт за физику, Београд

Рецензент: др Ђорђе Спасојевић, Физички Факултет, Београд

Председник комисије: др Мићо Митровић, Физички Факултет, Београд

Решења задатака за IV разред на окружном такмичењу ученика средњих школа, 2007.

1. Пошто је растојање d много мање од дужина опруга, то се може сматрати да на куглицу изведену из равнотежног положаја дуж x осе делују само опруге 1 и 3, а дуж y осе само опруге 2 и 4. Стога дуж x осе делује сила $F_x = -k_1x - k_3x = -4kx$ (3п), а дуж y осе сила $F_y = -k_2y - k_4y = -16ky$ (3п). Како је куглица пуштена без почетне брзине и у почетном тренутку $t=0$ вреди $x=y=d$, то се куглица креће осцилаторно по закону $x = d \cos(\omega t)$ (3п) дуж x осе, односно $y = d \cos(2\omega t)$ (3п) дуж y осе, при чему је $\omega = 2\sqrt{k/m}$ (2п) док је m маса куглице. Одавде се добија једначина путање $y = 2x^2/d - d$ за $-d \leq x \leq d$ (3п) приказана на слици 3 (3п).

2. Пошто је у питању трећа линија Балмерове серија, имамо прелаз са петог нивоа ($m=5$) на други ниво ($n=2$) (3п). Сада се из формуле $1/\lambda = RZ^2(1/n^2 - 1/m^2)$ израчунава да је $Z=2$ (3п). Ово значи да је у питању јон хелијума (3п). Енергија везе у основном стању може да се израчуна из формуле $E = hc/\lambda_{\text{jon}}$ (4п), где је $1/\lambda_{\text{jon}} = RZ^2(1/1^2 - 1/\infty^2)$ (4п). За енергију везе се добија вредност $8,72 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ или $54,4 \text{ eV}$ (3п).

3. Пошто нема трења између вагонета и подлоге, сила \vec{F}_p којом подлога делује на вагонет је нормална на подлогу те не врши рад (2п). Механичка енергија се одржава: $mv^2/2 + mgh = mv_0^2/2 + mgh_0$ (3п), где су v и h тренутна брзина и висина на којој је вагонет (h се мери у односу на најнижу тачку С путање). На кружном делу путање вреди и $mv^2/R = mg \cos \varphi + F_p$ (3п), где је φ угао између правца $m\vec{g}$ и јединичног вектора нормале. Стога је $F_p = m\sqrt{v_0^2 + 2g(R-h)} / R - mg \cos \varphi$ (3п). Вагонет пријања уз шине све док је $F_p > 0$, док се при $F_p = 0$ вагонет одваја од шина и наставља да се креће само под дејством $m\vec{g}$ (2п). У тачки D је $h = 2R$, а $\varphi = 0$ (2п), те је $F_p = mv_0^2/R - 3mg$ (2п), а минимално v_0 се добија из услова $F_p = 0$ који даје $v_0 = \sqrt{3gR}$ (3п).

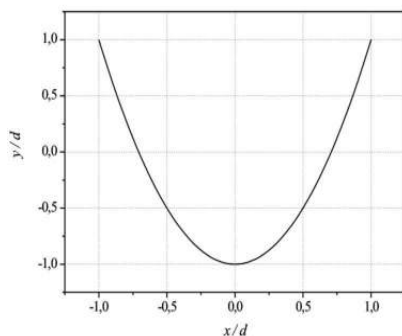
4. Грејач је редна веза термогеног отпора R и индуктивног отпора $X_L = L\omega$ (2п). Снага грејалице је $P = UI \cos \varphi$ (2п), где су U и I ефективни напон и струја, док је $\cos \varphi = R/\sqrt{R^2 + X_L^2} = 1/\sqrt{1+k^2}$ (2п) фактор снаге, а $k \equiv X_L/R$. Како је $I = U/\sqrt{R^2 + X_L^2} = U/(R\sqrt{1+k^2})$ (2п), то је $P = U^2/(R(1+k^2))$ (2п) снага грејалице. Увлачењем шипке, индуктивитет $L \propto \mu_r$ порасте μ_r пута (3п), те снага постане $P' = U^2/(R(1+\mu_r^2k^2))$ (2п). Стога је релативна промена снаге $\frac{\Delta P}{P} \equiv \frac{P'-P}{P} = -\frac{(\mu_r^2-1)k^2}{1+\mu_r^2k^2}$ (3п). Дакле, снага се смањује за 1.22% (2п).

5. Пошто су се протони симетрично разлетели после судара, њихове енергије и модули њихових импулса морају бити једнаки. Слика 4. представља закон одржања импулса $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}''$ (1п), где је \vec{p} импулс протона пре судара, а \vec{p}' и \vec{p}'' су импулси протона после судара који су једнаки по интензитету ($|\vec{p}'| = |\vec{p}''| = p'$) (3п).

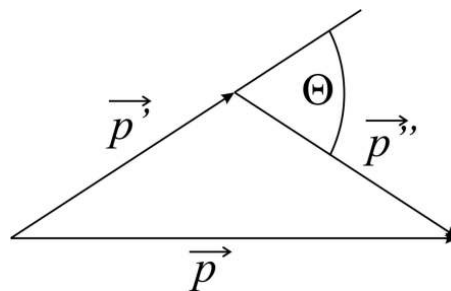
Користећи косинусну теорему добијамо да је $p^2 = p'^2 + 2p'p' \cos \Theta + p'^2$, одакле је $\cos \Theta = p^2/(2p'^2) - 1$ (3п). Закон одржања енергије даје $T = T' + T' = 2T'$ (3п), где је T' енергија протона после судара. Знајући да је $E = m_0c^2 + T \Rightarrow E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4 \Rightarrow p^2c^2 = T(T + 2m_0c^2)$ (4п),

одавде добијамо $p^2/p'^2 = T(T + 2m_0c^2)/(T'(T' + 2m_0c^2)) = 4(T + 2m_0c^2)/(T + 4m_0c^2)$ (4п),

па је $\cos \Theta = T/(T + 4m_0c^2)$ (2п).



Слика 3.



Слика 4.