XXXIX САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ И СРЕДЊИХ ШКОЛА СРБИЈЕ И ЦРНЕ ГОРЕ

Београд, 28. – 30. мај 2004. године

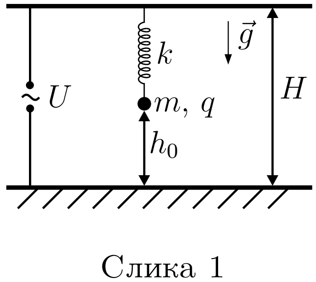
Теоријски задаци за III разред

1. Метална плоча на нултом потенцијалу постављена је паралелно са површином земље на висини H и на њу је помоћу непроводне опруге коефицијента еластичности k окачена мала куглица масе m и наелектрисања $q > 0$. Куглица се у почетном тренутку налази на висини h_0 изнад површине земље (слика 1). Између плоче и земље се након тога полако прикључује напон U који у успостављеном (стационарном) стању има облик $U = U_0\,(\cos t\sqrt{k/m})^2$, где је U_0 константа. Израчунајте максималну вредност константе U_0 за коју куглица неће ударати о површину земље приликом осциловања у успостављеном стању. Занемарите ефекте настале услед електромагнетног зрачења и индукованих наелектрисања на плочи и на површини земље. (15 п.)

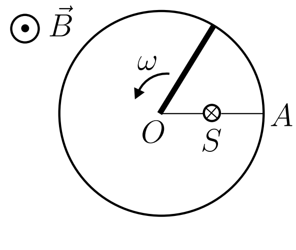
2. Проводна шипка дужине r ротира константном угаоном брзином интензитета ω око осовине за коју је причвршћена једним својим крајем. Други крај шипке додирује проводни рам облика кружнице полупречника r чија је отпорност по јединици дужине једнака λ. Цео систем се налази у хомогеном магнетном пољу интензитета B нормалном на раван рама. Сијалица S отпорности R везана је у коло овог једноставног генератора између центра ротације O и тачке A на раму коју шипка додирује у почетном тренутку (слика 2). Нађите временску зависност снаге сијалице $P(t)$ у току прве ротације шипке. Отпор шипке је занемарљив, а сијалица је мало издигнута изнад равни рама тако да шипка при ротацији не удара у њу. (20 п.)

3. На слици 3 приказано је електрично коло сирене једног алармног система. Фреквенција тона овог аларма се не мења, али интензитет звука хармонијски осцилује. У колу су познате вредности отпора R, капацитета кондензатора C, амплитуда извора наизменичног напона U_1 и U_2, као и њихових фреквенција $\nu_1 = 2107\,\mathrm{Hz}$ и $\nu_2 = 2105\,\mathrm{Hz}$. Претпоставите да је импеданса звучника Z веома велика у односу на остале елементе кола, односно да се струја кроз звучник може занемарити. Нађите индуктивност завојнице L за коју је осциловање интензитета звука сирене потпуно, односно периодично пада на нулту вредност. Колики је период T између два узастопна пада интензитета звука на нулу? Да ли постоје нека ограничења на вредности амплитуда U_1 и U_2 да би сирена радила као што је описано? (20 п.)

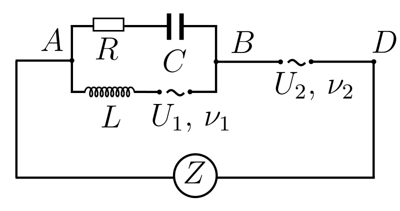
   [Напомена: звучник је елемент који осцилације напона на свом улазу директно претвара у звучне осцилације исте фреквенције.]



Слика 1



Слика 2



Слика 3

⟶

4. Сваки компакт–диск се састоји од веома танке металне подлоге прекривене прозирним пластичним слојем. На металној подлози се подаци бележе дуж веома густе спиралне бразде чији полупречник расте тако да је растојање између две суседне бразде d увек исто (слично као на грамофонској плочи) и износи $d = 1.6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$. Како је растојање d веома мало, уколико на површину диска падне ласерски сноп светлости из видљивог дела спектра, долази до дифракције. За њено проучавање довољна је једноставна апаратура која се састоји од једног компакт–диска, ласерске диоде (купљене на кинеској пијаци) таласне дужине λ и заклона (на пример, зида). Компакт–диск треба поставити на хоризонталну подлогу поред вертикалног заклона, а сноп из ласерске диоде усмерити на површину диска под упадним углом α (углом између снопа и нормале на површину диска). Треба обратити пажњу да пројекција снопа на раван диска пролази кроз његов центар (како би константа дифракционе решетке коју чини бразда била једнака d за целу површину снопа) и да је нормална на раван заклона на коме посматрамо дифракционе максимуме (због једноставности).

   а) Ако при варирању угла α на заклону можемо да видимо истовремено највише три дифракциона максимума, оцените минималну и максималну могућу вредност таласне дужине λ_{min} и λ_{max} ласерске диоде. (10 п.)

   б) Нађите вредност таласне дужине λ и положаје (висине) преосталих максимума на заклону, ако се централни максимум налази на висини $h_0 = 17.0\,\mathrm{cm}$, испод њега се види први максимум на висини $h_1 = 5.0\,\mathrm{cm}$, а упадни угао снопа износи $\alpha = 30^\circ$. Све висине меримо у односу на раван компакт–диска (5 п.)

[Напомена: присуство пластичног слоја не мења углове под којима се на заклону виде дифракциони максимуми овакве решетке, што није потребно доказивати.]

Задатке припремио: Игор Салом
Рецензент: Антун Балаж
Председник комисије: др Мићо Митровић

СРБИЈА И ЦРНА ГОРА
Југословенско друштво физичара
Министарство просвете и спорта Републике Србије
Министарство просвјете и науке Републике Црне Горе
Министарство за просвјету, науку и културу Републике Српске

39. Савезно такмичење из физике
Београд 2004.

Експериментални задаци
трећи разред и општа група

Задатак 1.

Одредити коефицијент еластичности дате опруге, мерењем периода малих осцилација. Проценити грешку мерења.

(15 поена)

Препорука: Пратите зависност периода осциловања опруге од масе којом је оптерећена.

Мерни комплет

1. Опруга 2. Хронометар 3. Носачи

4. Комплет тегова
На теговима је означена њихова маса. Грешке масе су занемарљиве.

Задатак 2.

Одредити таласну дужину светлости коју емитује ласер, помоћу дифракционих решетки познатих константи. Проценити грешку мерења.

(15 поена)

Препорука: Пратите зависност положаја дифракционих максимума на екрану иза решетке од параметра решетке.

Мерни комплет

1. Ласер 2. Екран 4. Милиметарски папир

5. Дифракционе решетке чије су константе дате у табели која следи. На располагању су вам 5 од 6 наведених решетки.

решетка	R_5	R_4	R_X	R_3	R_2	R_1
d [μm]	16	24	29	36	40	46

Грешке параметара решетке се могу занемарити.

Аутор: Андријана Жекић (1), Мићо Митровић (2)
Рецензент: Мићо Митровић (1), Андријана Жекић (2)
Председник комисије: Мићо Митровић

XXXIX САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ И СРЕДЊИХ ШКОЛА СРБИЈЕ И ЦРНЕ ГОРЕ

Београд, 28. – 30. мај 2004. године

Решења теоријских задатака за III разред

1. За напон U важи $U = U_0 (\cos t\sqrt{k/m})^2 = \frac{U_0}{2} + \frac{U_0}{2}\cos(2t\sqrt{k/m})$. Ако са a означимо интензитет убрзања куглице у стационарном стању, а са x њено растојање од првобитног равнотежног положаја (пре укључивања напона), једначина кретања куглице има облик $m\,a = -k\,x + qU/H = -k\,(x - x_R) + \frac{q\,U_0}{2\,H}\cos(2t\sqrt{k/m})$, где је $x_R = \frac{q\,U_0}{2\,k\,H}$ дужина за коју се додатно померио равнотежни положај. (Тежина тела је само померила првобитни равнотежни положај тела на висину h_0 и нема потребе да је урачунавамо). Видимо да је у питању осцилаторно кретање под деловањем принудне силе са фреквенцијом $\omega = 2\sqrt{k/m}$. Разматрањем једначине кретања у којој нема принудне силе добијамо сопствену фреквенцију система $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. Амплитуда принудног осциловања је $x_0 = \frac{F_0}{m\,|\omega_0^2 - \omega^2|} = \frac{q\,U_0}{2\,H\,m\,|\omega_0^2 - 4\,k/m|} = \frac{q\,U_0}{6\,k\,H}$. Услов да тело не удари о површину земље своди се на $h_0 > x_0 + x_R$, одакле следи $U_0 < 3\,k\,h_0\,H/2\,q$.

2. Отпор дела кружног рама (у смеру ротације) између тачке A и тренутног положаја шипке је $R_1(t) = \lambda\,r\,\omega\,t$, а отпор преосталог дела кружног рама је $R_2(t) = \lambda\,r\,(2\pi - \omega\,t)$. Због померања шипке имамо две струјне контуре са промењивим флуксом. Интензитет индуковане електромоторне силе је у обе контуре исти и једнак је $\varepsilon = B\,\frac{\Delta S}{\Delta t} = B\,\omega\,r^2/2$. Како је отпор шипке занемарљив, потенцијали на њеним крајевима су једнаки, па се коло може упростити тако да садржи три паралелно везане гране: у првој тече струја I_1, а састоји се од отпора R_1 и извора електроморне силе ε, у другој тече струја I_2, а она се састоји од отпора R_2 и извора електромоторне силе ε, док је у трећој грани везана сијалица отпора R, а струја је једнака $I = I_1 + I_2$. Због смера индукованих електромоторних сила за контуру која садржи прву и другу грану важи $I_1\,R_1 = I_2\,R_2$, док за контуру која садржи прву и трећу грану важи $I_1\,R_1 + (I_1 + I_2)\,R = \varepsilon$. Решавањем овог система за интензитет струје кроз сијалицу добијамо $I(t) = \varepsilon/(R + R_1(t) \parallel R_2(t)) = \frac{\pi B\omega r^2}{2\pi R + \lambda r\omega t(2\pi - \omega t)}$. Снага је $P = R\left(\frac{\pi B\omega r^2}{2\pi R + \lambda r\omega t(2\pi - \omega t)}\right)^2$.

3. Временски облик напона на крајевима звучника је $u_{AC}(t) = u_{AB}(t) + u_{BC}(t)$. Пошто је струја која протиче кроз звучник занемарљива, амплитуде ових напона су $U_{AB} = U_1\,\frac{\sqrt{R^2 + (1/\omega_1\,C)^2}}{\sqrt{R^2 + (\omega_1\,L - 1/\omega_1\,C)^2}}$ и $U_{BC} = U_2$. Временски облик напона $u_{AC}(t)$ је збир две хармонијске осцилације блиских фреквенција ν_1 и ν_2. Интензитет звука ће периодично падати на нулу само ако су амплитуде U_{AB} и U_{BC} полазних осцилација исте, тј. ако је $U_{AB} = U_2$. Тада је $u_{AC} = U_2\,(\cos(\omega_1 t + \phi_1) + \cos(\omega_2 t + \phi_2)) = 2\,U_2\,\cos(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\,t + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2})\cos(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\,t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}) = 2\,U_2\,\cos(\Delta\omega\,t + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2})\cos(\omega\,t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2})$, где је $\Delta\omega = (\omega_1 - \omega_2)/2 = 2\,\pi\,\mathrm{Hz}$, а $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2 = 2\,\pi\cdot 2106\,\mathrm{Hz}$. Дакле, слушалац чује тон фреквенције $2106\,\mathrm{Hz}$, при чему је период између тренутака када амплитуда звучних осцилација $2\,U_2\cos(\Delta\omega\,t + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2})$ пада на нулу једнак $T = 0.5\,\mathrm{s}$. Из услова $U_{AB} = U_2$ следи $L = \frac{1}{\omega_1}\sqrt{\left(\frac{U_1^2}{U_2^2} - 1\right)R^2 + \left(\frac{U_1}{U_2\omega_1 C}\right)^2} + \frac{1}{\omega_1^2 C}$. Захтев $U_{AB} = U_2$ можемо испунити само када је поткорена величина у изразу за L позитивна, односно када је $U_1 > U_2\,\frac{R}{\sqrt{R^2 + (1/\omega_1 C)^2}}$. Видимо да напон U_{AB} може бити већи од U_1. Ово повећање напона је могуће због резонантних особина RLC кола, и то не би било могуће постићи отпорничким разделником напона.

4. a) Угао β између нормале на диск и правца под којим се види максимум може бити између $0°$ и $90°$, па његов синус мора бити између 0 и 1. Да би под углом β постојао максимум мора бити задовољено $d\,(\sin\alpha - \sin\beta) = n\lambda$. Највећу таласну дужину ласера за коју је могуће уочити три максимума налазимо када узмемо да се најнижи максимим налази скоро на нултој висини, док се највиши налази готово у бесконачности, а између њих имамо још један максимум. Из услова за ова два екстремна максимума $d\,(\sin\alpha - \sin 0°) = n_1\lambda_{max}$ и $d\,(\sin\alpha - \sin 90°) = n_2\lambda_{max}$ закључујемо $d\,(\sin 90° - \sin 0°) = (n_1 - n_2)\lambda_{max} = 2\lambda_{max} \Rightarrow \lambda_{max} = d/2$. Слично налазимо да је највећа таласна дужина при којој би се већ појавио и четврти дифракциони максимум $\lambda_{min} = d/3$. Ово је уједно и минимална таласна дужина за коју се појављује не више од три максимума. Коначно закључујемо да је $\lambda_{min} < \lambda < \lambda_{max}$, односно $533\,\mathrm{nm} < \lambda < 800\,\mathrm{nm}$.

б) Угао под којим се види централни максимум једнак је упадном углу $\alpha = 30°$. Одатле налазимо да је растојање од застора до тачке у којој ласерски сноп погађа диск једнако $L = h_0 \tan\alpha = h_0/\sqrt{3} \approx 9.81\,\mathrm{cm}$. Угао под којим се види први максимум је $\beta = \arctan(L/h_1) \approx 63°$. Таласна дужина је $\lambda = d(\sin\beta - \sin\alpha) \approx 626\,\mathrm{nm}$. Пошто је $\sin\beta + \lambda/d > 1$, не може бити максимума испод h_1. Са друге стране, $\sin\alpha - \lambda/d \approx 0.11$, па под упадним углом $\gamma = \arcsin(\sin\alpha - \lambda/d) \approx 6.3°$ налазимо први максимум са горње стране. Он ће се налазити на висини $h_{-1} = L\cot\gamma \approx 90\,\mathrm{cm}$. Како је $\sin\gamma - \lambda/d < 0$, са ове стране нема више видљивих максимума јер вредност угла мора бити позитивна да би се максимум видео на заклону.

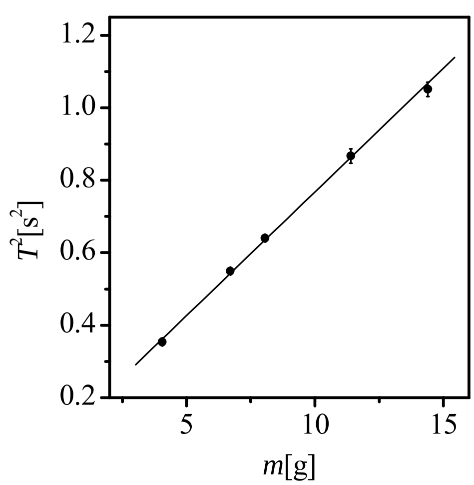
Задатке припремио: Игор Салом
Рецензент: Антун Балаж
Председник комисије: др Мићо Митровић

Савезно такмичење 2004.

Решење експерименталног задатка 1

Мерено је време t потребно да опруга оптерећена масом m направи n осцилација. Период осциловања је $T=\frac{t}{n}$, где је $n=10$ број осцилација. Време t се је одређено из три директна мерења, $t_s=\frac{t_1+t_2+t_3}{3}$, а апсолутна грешка као максимално одступање $\left|t_i-t_s\right|_{max}$. Пошто је $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, из линеарне зависности $T^2=\frac{4\pi^2}{k}m$ може се одредити непозната константа опруге k. Резултати мерења дати су у табели.

	$m[g]$	$t_i[s]$	$t_S[s]$	$\Delta t[s]$	$T=\frac{t}{n}[s]$	$\Delta T=\frac{\Delta t}{n}[s]$	$T^2[s^2]$	$\Delta T^2=2T\Delta T[s^2]$
1	4.05	5.94 6.04 5.92	5.967 5.97	0.073 0.08	0.5967 0.597	0.0073 0.008	0.356 0.36	0.0087 0.01
2	6.70	7.47 7.39 7.37	7.407 7.41	0.063 0.07	0.7407 0.741	0.0063 0.007	0.549 0.55	0.0093 0.01
3	8.05	8.03 8.06 7.91	8.000 8.00	0.090 0.09	0.8000 0.800	0.0090 0.009	0.640 0.64	0.011 0.01
4	11.4	9.31 9.25 9.38	9.313 9.31	0.067 0.07	0.9313 0.931	0.0067 0.007	0.867 0.87	0.012 0.02
5	14.4	10.31 10.20 10.25	10.253 10.25	0.057 0.06	1.0253 1.025	0.0057 0.006	1.051 1.05	0.012 0.02



Са графика $T^2=f(m)$, одређује се коефицијент правца праве избором две неекспerименталне тачке, нпр. A $(5.3\text{g};\ 0.45\text{s}^2)$ између прве и друге и B $(12.6\text{g};\ 0.95\text{s}^2)$ између последње и претпоследње експерименталне тачке.

Коефицијент правца се израчунав као:

$$a = \frac{T_{\mathrm{B}}^2 - T_{\mathrm{A}}^2}{m_{\mathrm{B}} - m_{\mathrm{A}}} = \frac{(0.95 - 0.45)\mathrm{s}^2}{(12.6 - 5.3)\mathrm{g}} = 68.5\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{kg}}\,.$$

Релативна грешка се израчунава као $\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta(T^2)_{\mathrm{B}} + \Delta(T^2)_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}^2 - T_{\mathrm{A}}^2} + \frac{\Delta m_{\mathrm{B}} + \Delta m_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{B}} - m_{\mathrm{A}}}$

$\frac{\Delta a}{a} = \frac{0.0093 + 0.012}{0.95 - 0.45} + \frac{0.1 + 0.1}{12.6 - 5.3} = 0.07 \Rightarrow \Delta a = 4.8\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{kg}}$, па је $a = (68 \pm 5)\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{kg}}$.

в) Пошто је $a = \frac{4\pi^2}{k}$, следи да је $k = \frac{4\pi^2}{a} = \frac{4\pi^2}{68.5} = 0.576\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$.

$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta a}{a} = \Rightarrow \Delta k = 0.04\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$.

Тражена константа еластичности опруге износи:

$$k = (0.58 \pm 0.04)\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\,.$$

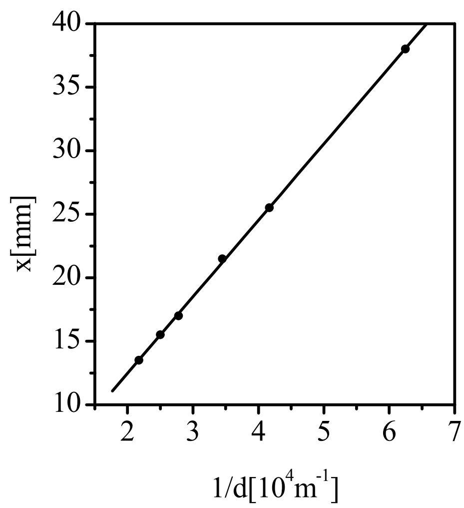
Савезно такмичење 2004.

Решење експерименталног задатка 2

Растојање између нултог максимума и максимума првог реда одређено је формулом $x = \frac{z}{2n} = \lambda L \frac{1}{d}$, где је y мерено растојање између максимума n-тог реда.

$1/d$ [10^4m^{-1}]	6.250	4.167	3.448	2.778	2.500	2.174
z [mm]	76	51	43	34	62	81
n	1	1	1	1	2	3
x [mm]	38.0	25.5	21.5	17.0	15.5	13.5

Процењена грешка мерења растојања крајњих видљивих максимума: Δx = 1 mm.
Растојање решетке и екрана је $L = (0.95 \pm 0.02)\text{m}$.
У наведеној зависности $x = f\,(1/d)$, фактор λL представља коефицијент правца праве. Нацртан је график $x = f\,(1/d)$.



Ради израчунавања коефицијента правца праве коришћењем графика, изабране се две неексперименталне тачке са праве, на пример A($2.6 \cdot 10^4$ m^{-1}, 16 mm) и B($6 \cdot 10^4$ m^{-1}, 36.6 mm).

Грешке очитавања са графика су $\Delta\left(\frac{1}{d}\right)_A = \Delta\left(\frac{1}{d}\right)_B = 0.02 \cdot 10^4\,\text{m}^{-1}$.

Дакле, коефицијент правца и његова грешка износе:

$$k = \frac{x_B - x_A}{\left(\frac{1}{d}\right)_B - \left(\frac{1}{d}\right)_A} = \frac{(36.6 - 16)\text{mm}}{(6 - 2.6)\cdot 10^4\,\text{m}^{-1}} = 6.06\cdot 10^{-7}\,\text{m}^2,$$

$$\Delta k = k\cdot\left(\frac{\Delta x_A + \Delta x_B}{x_B - x_A} + \frac{\Delta\left(\frac{1}{d}\right)_A + \Delta\left(\frac{1}{d}\right)_B}{\left(\frac{1}{d}\right)_B - \left(\frac{1}{d}\right)_A}\right),\ \text{односно}$$

$$\Delta k = 6.06\cdot 10^{-7}\,\text{m}^2\left(\frac{1+1}{36.6-16} + \frac{0.02+0.02}{6-2.6}\right) = 0.66\cdot 10^{-7}\,\text{m}^2.$$

Коефицијент правца износи $k = (6.1 \pm 0.7)\cdot 10^{-7}\ \text{m}^2$.

Из релације $k = L\lambda$, следи да је таласна дужина светлости $\lambda = \frac{k}{L}$, односно

$$\lambda = \frac{6.06\cdot 10^{-7}\,\text{m}^2}{0.95\text{m}} = 6.38\cdot 10^{-7}\,\text{m} = 638\text{nm}$$

а апсолутна грешка $\Delta\lambda = \lambda\cdot\left(\frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta L}{L}\right) = 6.38\cdot 10^{-7}\,\text{m}\left(\frac{0.66}{6.06} + \frac{0.02}{0.95}\right)$.

Дакле, $\Delta\lambda = 0.83\cdot 10^{-7}\,\text{m}$.

Тражена вредност таласне дужине износи

$$\lambda = (6.4 \pm 0.9)\cdot 10^{-7}\text{m} = (640 \pm 90)\ \text{nm}.$$