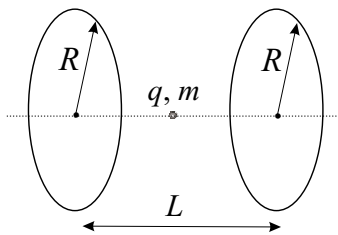


РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2002/2003. ГОДИНЕ

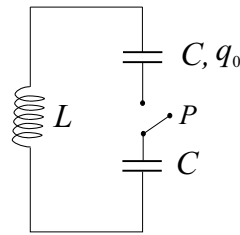
Београд, 12. април 2003. године

Задаци за III разред

1. Променљиви кондензатор спојен је са батеријом електромоторне силе \mathcal{E} . У почетном тренутку капацитет и наелектрисање кондензатора износе C_0 и q_0 . Капацитет кондензатора се мења тако да кроз коло тече константна струја интензитета I . Наћи снагу коју даје батерија и брзину промене енергије електричног поља кондензатора са временом. Ако се те две величине разликују, објаснити разлику. Коликом брзином мора да се мења капацитет кондензатора да би се за $\mathcal{E} = 100 \text{ V}$ у колу одржавала струја $I = 0.2 \text{ mA}$? (15 п.)
2. Две кружнице полупречника R , равномерно наелектрисане подужним наелектрисањем (наелектрисањем по јединици дужине) λ , леже у међусобно паралелним равнима на растојању L (слика 1). Тело масе m и наелектрисања q налази се на средини дужи која спаја центре ових кружница и нормална је на равни у којима се кружнице налазе. Затим се тело изведе из овог положаја за мало растојање у правцу ове дужи и пусти се без почетне брзине. Наћи услове при којима ће тело хармонијски осциловати, као и период T ових осцилација. (15 п.)

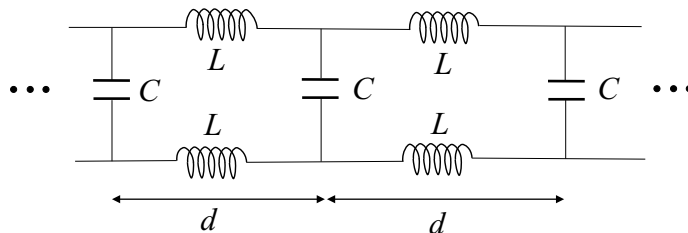


Слика 1



Слика 2

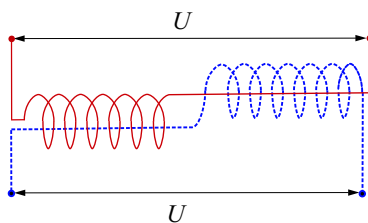
3. Одредити зависност наелектрисања од времена на облогама два кондензатора у колу са слике 2 након затварања прекидача P . У почетном тренутку на облогама једног од кондензатора налазило се наелектрисање q_0 , док је други кондензатор био празан. Капацитети оба кондензатора су једнаки и износе C , а индуктивност калема је L . (20 п.)



Слика 3

4. При простирању електромагнетних синусних таласа дуж бесконачног LC -кола са слике 3, фазе наизменичних напона на било која два суседна кондензатора разликују се за константни угао φ . Одредити фреквенцију ω ових таласа у зависности од угла φ , капацитета кондензатора C и индуктивности калема L . Колика је брзина простирања таласа, ако је растојање између суседних кондензатора d ? (20 п.)

5. Суперпроводност је појава да електрични отпор неких материјала при врло ниским температурама постаје једнак нули. Ови материјали, дакле, могу да се налазе у два стања: нормалном и суперпроводном. Чак и када се налазе у суперпроводном стању, уколико се нађу у довољно јаком магнетном пољу суперпроводници прелазе у нормално стање. За проучавање ове појаве користи се уређај приказан на слици 4, који је састављен из два једнака дела. Сваки део се састоји од калема отпора R и суперпроводне жице отпора r у нормалном стању, која је постављена по оси калема другог дела. Цео уређај налази се на температури на којој се суперпроводне жице налазе у суперпроводном стању уколико су изван магнетног поља. На крајеве оба дела уређаја доводи се исти једносмерни напон U . У табели 1 приказани су резултати мерења интензитета струја I_1 и I_2 у оба дела уређаја у зависности од напона U . Нацртати зависности $I_1(U)$ и $I_2(U)$ и објаснити њихов облик. Са графика одредити отпоре R и r , као и интензитет индукције критичног магнетног поља B_c при којем суперпроводна жица прелази из суперпроводног у нормално стање. Број завоја по јединици дужине износи $n = 10^5$ завоја/м у оба калема, а магнетна пропустљивост вакуума је $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Тм/А. (30 п.)



Слика 4

U [V]	110	120	130	140	150	160	170	180	190
I_1 [A]	1.36	1.50	1.64	1.77	1.86	2.01	2.12	1.62	1.74
I_2 [A]	1.38	1.48	1.18	1.28	1.36	1.46	1.54	1.64	1.72

Табела 1

Напомена. У решавању задатака од користи могу бити следеће чињенице:

- 1) $(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ за $x \ll 1$,
- 2) функција $f(x) = x(a - x)$ има један максимум и достиже га за $x = a/2$,
- 3) $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ и
- 4) $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$.

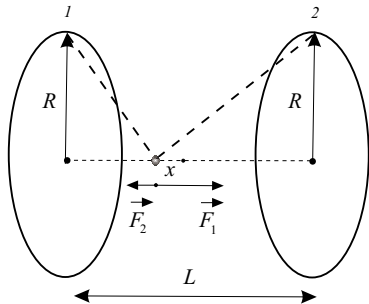
Задатке припремила: Татјана Тошић
 Рецензент: Антун Балаж
 Председник комисије: др Мићо Митровић

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2002/2003. ГОДИНЕ

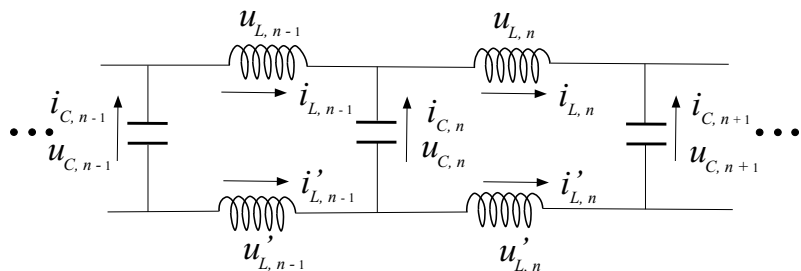
Београд, 12. април 2003. године

Решења задатака за III разред

- Колом тече константна струја, па је снага коју даје батерија $P = \mathcal{E}I$, док је брзина промене енергије електричног поља кондензатора $\frac{\Delta E_e}{\Delta t} = \Delta(\frac{Q\mathcal{E}}{2})/\Delta t = \frac{\mathcal{E}}{2} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \mathcal{E}I/2 = P/2$, јер је напон на кондензатору једнак \mathcal{E} . Ове две величине се разликују. Разлика снаге се троши на рад који кондензатор мора да изврши наспрот спољашњем утицају који изазива промену његовог капацитета. Брзина промене капацитета је $\frac{\Delta C}{\Delta t} = \Delta(\frac{Q}{\mathcal{E}})/\Delta t = \frac{1}{\mathcal{E}} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = I/\mathcal{E}$, односно $\frac{\Delta C}{\Delta t} = 2 \mu\text{F/s}$.
- Тело ће хармонијски осциловати ако на њега делује сила чији интензитет има облик $F = kx$ и која је усмерена ка равнотежном положају, па је неопходан услов за осциловање да тело и кружнице имају наелектрисања истог знака. Због симетрије, на тело изведено из равнотежног положаја кружнице делују Кулоновим силама интензитета F_1 и F_2 (слика 1), где је $F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{(L/2-x)^2+R^2} \cos\alpha$, док је $F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{(L/2+x)^2+R^2} \cos\beta$ и $Q = 2R\pi\lambda$. Сила која делује ка равнотежном положају тела има интензитет $F = F_1 - F_2$, па ако се искористи $\cos\alpha = \frac{L/2-x}{\sqrt{(L/2-x)^2+R^2}}$, $\cos\beta = \frac{L/2+x}{\sqrt{(L/2+x)^2+R^2}}$ и формула $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ (уз занемаривање квадратних чланова по малој величини x), добија се $F = kx$, где је $k = \frac{qR\lambda}{2\epsilon_0} (L^2 - 2R^2)/[(L/2)^2 + R^2]^{5/2}$. Како мора да важи $k > 0$, постоји још један услов за хармонијско осциловање, дат са $L > R\sqrt{2}$. Период осцилација је $T = 2\pi\sqrt{m/k}$.



Слика 1

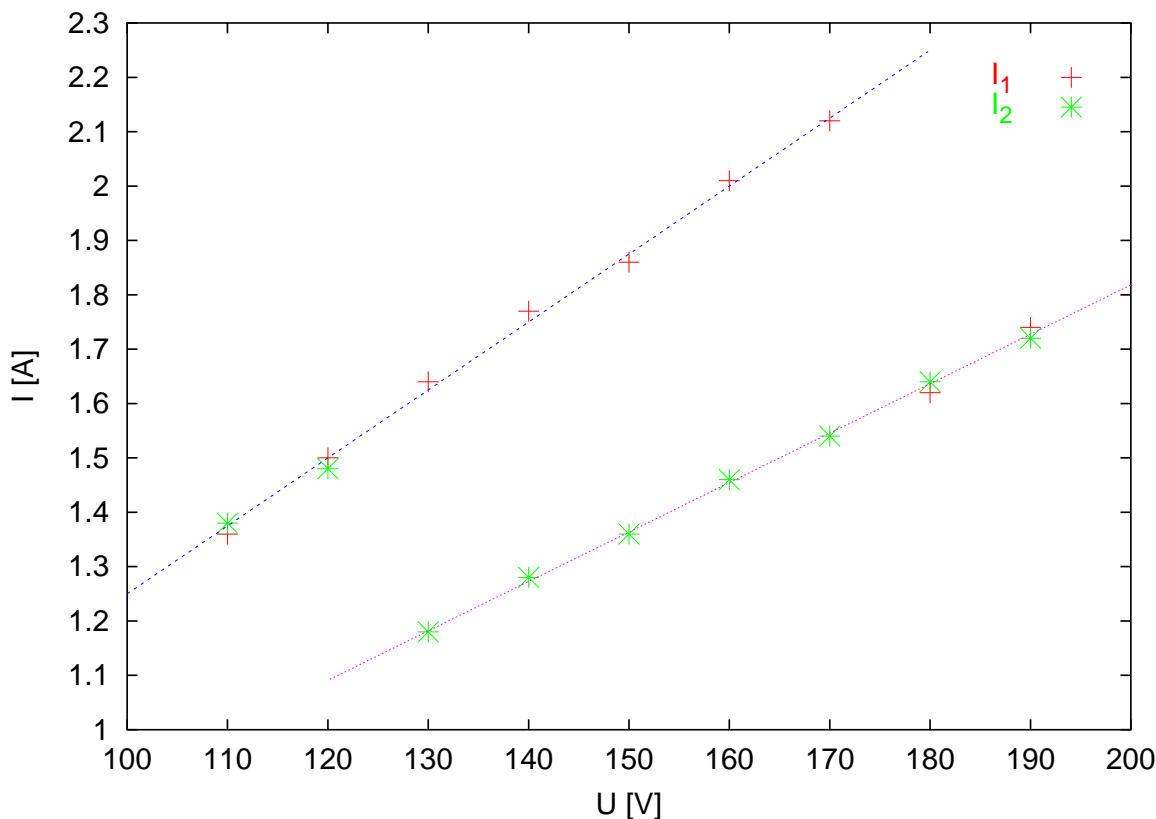


Слика 2

- Након затварања прекидача P кроз коло тече струја $i(t) = I_0 \sin\omega t$. Еквивалентан капацитет кола је $C_e = C/2$, па је сопствена фреквенција $\omega = \sqrt{2/LC}$. Из закона одржања наелектрисања у тренутку t следи $q_0 = q_1(t) + q_2(t)$, а закон одржања енергије је $\frac{1}{2C}q_0^2 = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2C}q_1^2 + \frac{1}{2C}(q_0 - q_1)^2$, одакле следи $i^2 = 2q_1(q_0 - q_1)/LC$. Максимум леве стране ове једнакости је I_0^2 , а десне стране $q_0^2/2LC$, па је $I_0 = q_0/\sqrt{2LC}$. Дакле, струја у колу има облик $i(t) = I_0 \sin t\sqrt{2/LC}$. Знајући ово, решавањем једначине $i^2 = 2q_1(q_0 - q_1)/LC$ по q_1 добијамо $q_1 = \frac{q_0}{2} (1 \pm \sqrt{1 - \sin^2 t\sqrt{2/LC}})$. Из почетног услова $q_1(0) = q_0$ следи $q_1(t) = \frac{q_0}{2} (1 + \cos t\sqrt{2/LC})$ и $q_2(t) = \frac{q_0}{2} (1 - \cos t\sqrt{2/LC})$.

- Уз ознаке са слике 2, I Кирхофово правило је $i_{L,n-1} + i_{C,n} - i_{L,n} = 0$ и $i'_{L,n-1} - i_{C,n} - i'_{L,n} = 0$, а II Кирхофово правило је $u_{C,n-1} + u_{L,n-1} - u_{C,n} - u'_{L,n-1} = 0$. Како је $u_{C,n} = U_0 \sin(\omega t + n\varphi)$, следи $j_{C,n} = \omega C u_{C,n} = \omega C U_0 \sin(\omega t + n\varphi)$ (са j је означена одговарајућа струја померена за $\pi/2$ уназад за кондензатор, а за $\pi/2$ унапред за калем), одакле је $i_{C,n} = \omega C U_0 \cos(\omega t + n\varphi)$. Слично, важи $j_{L,n} = u_{L,n}/\omega L$ и $j'_{L,n} = u'_{L,n}/\omega L$, па је $j_{L,n-1} - j'_{L,n-1} = (u_{L,n-1} - u'_{L,n-1})/\omega L = (u_{C,n} - u_{C,n-1})/\omega L$, где је искоришћено II Кирхофово правило. Ако се примени дата формула за разлику синуса, добија се $j_{L,n-1} - j'_{L,n-1} = \frac{2U_0}{\omega L} \cos(\omega t + n\varphi - \frac{\varphi}{2}) \sin \frac{\varphi}{2}$, па је $i_{L,n-1} - i'_{L,n-1} = \frac{2U_0}{\omega L} \sin(\omega t + n\varphi - \frac{\varphi}{2}) \sin \frac{\varphi}{2}$. Ако се одузму једначине I Кирхофовог правила следи $i_{L,n-1} - i'_{L,n-1} + 2i_{C,n} - (i_{L,n} - i'_{L,n}) = 0$, па се након замене претходно добијеног израза за разлику струја и поновне примене формуле за разлику синуса добија $\frac{2U_0}{\omega L} \sin(\omega t + n\varphi - \frac{\varphi}{2}) \sin \frac{\varphi}{2} + 2\omega C U_0 \cos(\omega t + n\varphi) - \frac{2U_0}{\omega L} \sin(\omega t + n\varphi + \frac{\varphi}{2}) \sin \frac{\varphi}{2} = 2\omega C U_0 \cos(\omega t + n\varphi) - \frac{4U_0}{\omega L} \cos(\omega t + n\varphi) \sin^2 \frac{\varphi}{2} = 0$, одакле је $\omega^2 = 2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} / LC$, односно $\omega = \sin \frac{\varphi}{2} \sqrt{\frac{2}{LC}}$. Како је фазни помак φ у наизменичним величинама унутар суседних ћелија последица коначног времена потребног да талас стигне до следеће ћелије, важи $\omega \Delta t = \varphi$, где је Δt време за које талас пређе пут d , па је интензитет брзине таласа $v = d/\Delta t = \omega d/\varphi$, односно $v = \frac{d}{\varphi} \sin \frac{\varphi}{2} \sqrt{\frac{2}{LC}}$.

5. Тражени графици дати су на слици 3. Види се да је за довољно мале вредности напона магнетно поље мало и да се обе жице налазе у суперпроводном стању. Када се напон повећа, порасте и магнетно поље, па једна од жица (према ознакама из табеле то је друга жица) пређе у нормално стање, што узрокује пад струје у делу уређаја коме она припада. То омогућава првој жици да остане у суперпроводном стању све док напон, струја и магнетно поље у другом делу уређаја не порасту довољно да и она пређе у нормално стање. Горњи скуп тачака на графику одговара правој $I = U/R$ (суперпроводно стање), док доњи скуп тачака одговара правој $I = U/(R + r)$ (нормално стање). Из коефицијента правца ових правих могуће је одредити отпоре R и $R + r$. Ако се на горњој правој одаберу тачке $A(115 \text{ V}, 1.43 \text{ A})$ и $B(165 \text{ V}, 2.06 \text{ A})$, тада је $R = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}$, тј. $R = 79.4 \Omega$. Релативна грешка је $\Delta R/R = \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{x_B - x_A} + \frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{y_B - y_A}$. Како је $\Delta x_A = \Delta x_B = 1 \text{ V}$, а $\Delta y_A = \Delta y_B = 0.01 \text{ A}$, следи $\Delta R/R = 0.072$, одакле је $\Delta R = 5.69 \Omega \approx 6 \Omega$, па је $R = (80 \pm 6) \Omega$. На исти начин се за доњу праву, за тачке $A(135 \text{ V}, 1.23 \text{ A})$ и $B(185 \text{ V}, 1.68 \text{ A})$, добија $R + r = 111.1 \Omega$, $\Delta(R + r)/(R + r) = 0.084$, $\Delta(R + r) = 9.38 \Omega \approx 10 \Omega$, одакле је $R + r = (110 \pm 10) \Omega$. Сада је јасно да је $r = (R + r) - R = 30 \Omega$, а $\Delta r = \Delta(R + r) + \Delta R = 16 \Omega \approx 20 \Omega$, па је $r = (30 \pm 20) \Omega$. Како је интензитет магнетне индукције унутар калема дат са $B = \mu_0 n I$, а са графика и из табеле се види да се прелаз из суперпроводног у нормално стање дешава за вредност струје између 1.54 A и 1.64 A , следи да је $B_c = \mu_0 n I_c$ и $\Delta B_c = \mu_0 n \Delta I_c$, где је $I_c = (1.54 \text{ A} + 1.64 \text{ A})/2 = 1.59 \text{ A}$, а $\Delta I_c = I_c - 1.54 \text{ A} = 0.05 \text{ A}$. Ако се ово искористи, добија се $B_c = 0.1998 \text{ T}$ и $\Delta B_c = 0.0062 \text{ T} \approx 0.007 \text{ T}$, односно коначно $B_c = (0.200 \pm 0.007) \text{ T}$.



Слика 3

Задатке припремила: Татјана Тошић
 Рецензент: Антун Балаж
 Председник комисије: др Мићо Митровић