

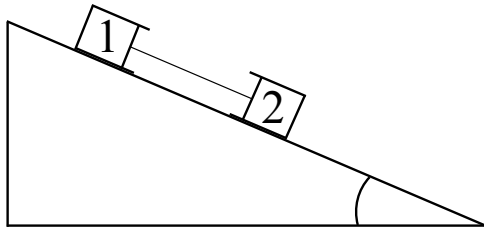
XXXVII САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2001/2002. ГОДИНЕ

Нови Сад, 31. мај – 2. јун 2002. године

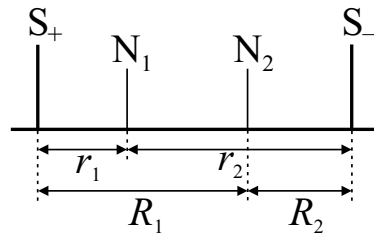
Теоријски задаци за II разред

1. Изведите формулу за брзину звука v у идеалном гасу, ако је познато да она зависи само од притиска p и густине ρ гаса, као и да се у формули јављају само бездимензионе константе. Зашто је брзина звука при истим условима мања у кисеонику него у азоту? Знајући да при нормалним условима ($p = 101325 \text{ Pa}$, $T = 273.15 \text{ K}$) брзина звука у кисеонику износи $v_O = 313 \text{ m/s}$, а у азоту $v_N = 334 \text{ m/s}$, одредите све константе које постоје у формули. Моларна маса кисеоника је $M_O = 16 \text{ g/mol}$, а азота $M_N = 14 \text{ g/mol}$. Кисеоник и азот можете сматрати идеалним двоатомским гасовима. (10 п.)
2. Плочасти кондензатор испуњен је еластичним диелектриком чија је релативна промена дужине (линеарна стишљивост) $\Delta d/d_0$ у правцу у којем на њега делује притисак p дата са $\Delta d/d_0 = -kp$. Овде је Δd промена дебљине слоја диелектрика услед деловања притиска p , d_0 је почетна дебљина слоја, а константа $k = 1.6 \cdot 10^{-4} \text{ Pa}^{-1}$. Познато је да релативна диелектрична пропустљивост диелектрика ε_r зависи од притиска на следећи начин: $\varepsilon_r(p) = \varepsilon_r(0)(1 + ap)$, где је $\varepsilon_r(0) = 4$, а a је константа. Када је напон на плочама кондензатора једнак нули, размак између плоча је $d_0 = 2 \text{ mm}$, а када напон порасте на $U = 5 \text{ kV}$, растојање између плоча смањи се за $\delta = 2\%$. Нађите константу a и релативну промену капацитета кондензатора $\Delta C/C_0$ при промени напона на плочама кондензатора од нуле до 5 kV . Диелектрична пропустљивост вакуума износи $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$. (17 п.)
3. На крајевима једног од пречника танке и непроводне сфере у вакууму налазе се два веома мала отвора. Сфера има полупречник R , масу m и хомогено је наелектрисана наелектрисањем $Q > 0$. У почетном тренутку сфера мирује, а по правој која спаја отворе према сфери крене из бесконачности брзином интензитета u материјална тачка масе m и наелектрисања $q > 0$. Под којим условом ће материјална тачка проћи кроз сферу? Ако је тај услов испуњен, израчунајте време T потребно за пролазак материјалне тачке кроз сферу. Занемарите све друге интеракције сем Кулонове. Претпоставите да се оба тела крећу нерелативистичким брзинама и да је енергија која се губи на зрачење услед убрзаног кретања занемарљива. (10 п.)
4. Два суда, затворена клиповима једнаких површина S који могу да клизе без трења по њиховој унутрашњости, повезана су неистегљивим концем занемарљиве масе и налазе се на стрмој равни угла $\alpha = 60^\circ$ (слика 1). Маса сваког од судова (заједно са одговарајућим клипом и гасом у суду) износи m . У суду 1 налази се хелијум, а у суду 2 водоник. У почетном тренутку оба суда и њихови клипови мирују у односу на стрму раван, а конач је затегнут. Након тога судови почну да клизе низ стрму раван, при чему су коефицијенти трења клизања судова 1 и 2 редом $\mu_1 = 0.80$ и $\mu_2 = 0.40$. Након довољно дугог времена систем долази у динамичку равнотежу: оба суда клизе низ стрму раван са једнаким константним убрзањем и конач је затегнут. Ако су почетне температуре у оба суда биле једнаке, нађите однос температура T_1/T_2 у суду 1 и 2 пошто се успостави динамичка равнотежа. Колики би био тај однос да је у првом суду уместо хелијума био кисеоник? Атмосферски притисак износи $p_0 = mg/4S$, а судови и клипови су направљени од материјала који не проводи топлоту. Све гасове можете сматрати идеалним. (15 п.)

5. Мерење специфичног отпора представља један од најважнијих геофизичких метода за истраживање структуре земљишта. На слици 2 приказан је поједностављен уређај за мерење специфичног отпора земљишта. S_+ и S_- су струјне електроде, забодене у земљу, на које је прикључен струјни извор који даје једносмерну струју јачине I . Напонске електроде N_1 и N_2 су забодене у земљиште између струјних електрода и прикључене су на волтметар који мери напон U на њима. Ако су електроде постављене у Wenner-ову конфигурацију, односно $r_1 = R_2 = a$ и $r_2 = R_1 = 2a$, изведите формулу за специфичан отпор земљишта ρ у функцији од јачине струје I , напона U и растојања a . За мерење у коме је $I = 2.5\text{ A}$, $U = 20\text{ V}$ и $a = 1.5\text{ m}$ израчунајте ρ . Можете сматрати да је земљиште хомогено и да нема површинских струја. Потенцијал који потиче од једне усамљене струјне електроде, забодене у земљу, на растојању r износи $V(r) = A/r$, где је A константа која зависи од снаге струјног извора прикљученог на электроду. Густина струје у земљишту коју ствара ова електрода на растојању r дата је са $j(r) = A/\rho r^2$, а струја тече радијално од електроде. Да ли у реалној ситуацији (при мерењу на терену) очекујете да специфичан отпор земљишта не зависи од растојања између електрода? (18 п.)



Слика 1



Слика 2

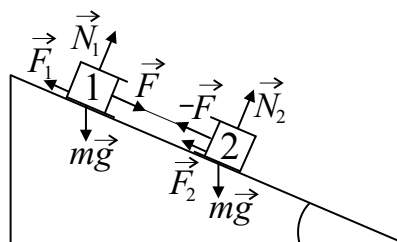
Задатке припремио: Антун Балаж
 Рецензент: др Милан Кнежевић
 Председник комисије: др Мићо Митровић

XXXVII САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2001/2002. ГОДИНЕ

Нови Сад, 31. мај – 2. јун 2002. године

Решења теоријских задатака за II разред

- Како је $\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2 = \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$, а јединица густине је kg m^{-3} , од притиска и густине није могуће направити бездимензиону величину **1 п**, па брзина звука мора да има облик $v = k p^\alpha \rho^\beta$ **1 п**, где је k бездимензиона константа. Јединице од $p^\alpha \rho^\beta$ су $\text{kg}^{\alpha+\beta} \text{m}^{-\alpha-3\beta} \text{s}^{-2\alpha}$, а јединице брзине су m s^{-1} , па мора да важи $\alpha + \beta = 0$, $-\alpha - 3\beta = 1$ и $-2\alpha = -1$. Овај систем једначина је сагласан и има јединствено решење $\alpha = 1/2$, $\beta = -1/2$, одакле следи $v = k \sqrt{p/\rho}$ **3 п**. Како је $p = nRT/V = mRT/MV = \rho RT/M \Rightarrow p/\rho = RT/M$, па је $v = k \sqrt{RT/M}$ **1 п**. Брзина звука у кисеонику је мања од брзине звука у азоту јер је моларна маса кисеоника већа од моларне масе азота, а $v \sim 1/\sqrt{M}$ **1 п**. Из формуле за брзину следи $k = v \sqrt{M/RT}$, па за кисеоник и азот из датих података добијамо $k_O = k_N = 0.83$ **2 п**. Коначан облик формуле за брзину звука у двоатомским гасовима је $v = 0.83 \sqrt{p/\rho} = 0.83 \sqrt{RT/M}$ **1 п**.
- Како се растојање између плоча кондензатора смањује, важи $\Delta d < 0$ и $\Delta d/d_0 = -\delta$, па је $\delta = kp$, одакле следи $p = \delta/k$ **1 п**, тј. $p = 125 \text{ Pa}$. Интензитет силе којом се међусобно привлаче плоче кондензатора је $F = \frac{1}{2}CU^2/(d_0 + \Delta d)$ **4 п**, па је притисак $p = F/S = \frac{1}{2}CU^2/S(d_0 + \Delta d)$ **2 п**. Овде је $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r(p) S / (d_0 + \Delta d)$ **1 п** капацитет кондензатора, а S је површина плоча. Из претходне две једначине за притисак добијамо $\varepsilon_r(p) = 2\delta(d_0 + \Delta d)^2 / k\varepsilon_0 U^2$, а како је $\varepsilon_r(p) = \varepsilon_r(0)(1 + ap)$, коначно добијамо $a = 2(d_0 + \Delta d)^2 / \varepsilon_0 \varepsilon_r(0) U^2 - k/\delta = 2d_0^2(1 - \delta)^2 / \varepsilon_0 \varepsilon_r(0) U^2 - k/\delta$ **4 п**. За дате податке је $a = 6.9 \cdot 10^{-4} \text{ Pa}^{-1}$ **1 п**. Како је $\Delta C = C - C_0 = \varepsilon_0 \varepsilon_r(p) S / (d_0 + \Delta d) - \varepsilon_0 \varepsilon_r(0) S / d_0$, за релативну промену капацитета добијамо $\Delta C/C_0 = (1 + ap)/(1 - \delta) - 1 = (ap + \delta)/(1 - \delta)$ **3 п**, односно $\Delta C/C_0 = 11\%$ **1 п**.
- Брзина материјалне тачке и сфере биће истог правца и смера, па ако са v и V редом означимо њихове интензитете, закони одржања импулса и енергије у тренутку када се материјална тачка нађе у првом отвору сфере имаће облик $mu = mv + mV$ **1 п** и $mu^2/2 = mv^2/2 + mV^2/2 + Qq/4\pi\varepsilon_0 R$ **1 п**. Ако из прве једначине изразимо V и уврстимо у другу, након решавања добијене једначине по v добијамо два решења $v_{1,2} = \frac{1}{2}(u \pm \sqrt{u^2 - Qq/\pi\varepsilon_0 Rm})$ **1 п**, односно $V_{1,2} = \frac{1}{2}(u \mp \sqrt{u^2 - Qq/\pi\varepsilon_0 Rm})$ **1 п**. Да би ова решења била реална, мора да важи $u^2 \geq Qq/\pi\varepsilon_0 Rm$, а тада је и $v_{1,2} > 0$ и $V_{1,2} > 0$, као што и очекујемо. Поред горњег услова, да би материјална тачка прошла кроз сферу мора да важи и $v > V$, па коначно добијамо $v = \frac{1}{2}(u + \sqrt{u^2 - Qq/\pi\varepsilon_0 Rm})$ **1 п** и $V = \frac{1}{2}(u - \sqrt{u^2 - Qq/\pi\varepsilon_0 Rm})$ **1 п**, као и тражени услов у облику $u^2 > Qq/\pi\varepsilon_0 Rm$ **1 п**. Како је унутар сфере електрично поље једнако нули **1 п** (када би унутар сфере постојало ненулно електрично поље, за сферу полупречника $r < R$ би, због симетрије, флукс био $\Phi = 4\pi r^2 E(r) = 0$, пошто унутар ње нема наелектрисања, одакле следи $E(r) = 0$), материјална тачка се креће кроз њу константном брзином интензитета $v - V$ **1 п** у односу на сферу и укупан пут до изласка, дужине $2R$, прелази за време $T = 2R/(v - V)$, односно $T = 2R/\sqrt{u^2 - Qq/\pi\varepsilon_0 Rm}$ **1 п**.
- Када систем достигне динамичку равнотежу, оба суда се низ стрму раван крећу са константним убрзањем интензитета a . Уз ознаке са слике 1, за суд 1 важи $ma = mg \sin \alpha + F - F_1$ **2 п** у правцу низ стрму раван, где је F интензитет силе затезања конца, а $F_1 = \mu_1 N_1$ сила трења клизања. За суд 2 у истом правцу важи $ma = mg \sin \alpha - F - F_2$ **2 п**, где је $F_2 = \mu_2 N_2$. Како је $N_1 = N_2 = mg \cos \alpha$, одузимањем претходне две једначине добијамо $2F = (\mu_1 - \mu_2)mg \cos \alpha \Rightarrow F = \frac{1}{2}(\mu_1 - \mu_2)mg \cos \alpha$ **3 п**. Притисак у оба суда износи $p = p_0 - F/S = p_0 - (\mu_1 - \mu_2)mg \cos \alpha / 2S = p_0(1 - \mu_1 + \mu_2)$ **2 п**. Како је промена притиска адијабатска, ако је T_0 почетна температура, за суд 1 важи $T_0 p_0^{(1-\gamma_1)/\gamma_1} = T_1 p^{(1-\gamma_1)/\gamma_1}$ **1 п**, а за суд 2 важи $T_0 p_0^{(1-\gamma_2)/\gamma_2} = T_2 p^{(1-\gamma_2)/\gamma_2}$ **1 п**, где су γ_1 и γ_2 одговарајући експоненти адијабата. Одавде добијамо $T_1 = T_0(p_0/p)^{(1-\gamma_1)/\gamma_1}$ и $T_2 = T_0(p_0/p)^{(1-\gamma_2)/\gamma_2}$, па је $T_1/T_2 = (p/p_0)^{(\gamma_1 - \gamma_2)/\gamma_1 \gamma_2}$, тј. $T_1/T_2 = (1 - \mu_1 + \mu_2)^{(\gamma_1 - \gamma_2)/\gamma_1 \gamma_2}$ **2 п**. Како је $\gamma_1 = 5/3$ и $\gamma_2 = 7/5$, коначно добијамо $T_1/T_2 = (1 - \mu_1 + \mu_2)^{4/35}$, односно $T_1/T_2 = 0.94$ **1 п**. Да је уместо хелијума у суду 1 био кисеоник, важило би $\gamma_1 = \gamma_2$, односно $(\gamma_1 - \gamma_2)/\gamma_1 \gamma_2 = 0$, па би однос температура био $T_1/T_2 = 1$ **1 п**.



Слика 1

5. Ако кроз усамљену струјну электроду тече струја јачине I и утиче у земљу, на растојању r од електроде важи $j(r) = I/2\pi r^2$, пошто се струја равномерно распоређује по површини полусфере. Како је $j(r) = A/\rho r^2$, добијамо $A = I\rho/2\pi$ **5 п**, па је $V(r) = A/r = I\rho/2\pi r$. Ако претпоставимо да кроз электроду S_+ у земљу утиче, а кроз электроду S_- из земље истиче струја I , потенцијали на напонским електродама N_1 и N_2 биће $V_1 = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ **3 п** и $V_2 = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ **3 п**. Дакле, разлика потенцијала је $U = V_1 - V_2 = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ **2 п**, па је за Wenner-ову конфигурацију $U = I\rho/2\pi a$, одакле је $\rho = 2\pi a U/I$ **3 п**. За дате податке је $\rho = 75 \Omega\text{m}$ **1 п**. Пошто ће за већа растојања између електрода струја продирати све дубље и дубље у земљу, нехомогености у њеној структури ће постати значајне и специфичан отпор земљишта може значајно да се мења **1 п**.

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Милан Кнежевић
Председник комисије: др Мићо Митровић