# РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2001/2002. ГОДИНЕ

Аранђеловац, 11. мај 2002. године

## Задаци за II разред

1. а) Највише планине на Марсу, Olympus Mons, Ascraeus Mons, Pavonis Mons и Arsia Mons, достижу висину од око 27 km, док је Маунт Еверест, Земљин највиши врх, висок нешто мање од 9 km. Знајући да су густина и полупречник Марса $\rho_M = 3.9 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$ и $R_M = 3.4 \cdot 10^3\,\mathrm{km}$, процените максималну висину планина на Земљи и Марсу. Претпоставите да је латентна топлота топљења стена од којих се састоји површина Марса и Земље једнака и да износи $\lambda = 3.2 \cdot 10^4\,\mathrm{J/kg}$. Интензитет убрзања Земљине теже је $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$, а гравитациона константа $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3/kg\,s^2}$. Занемарите промену гравитационе силе од подножја до врха планина. Претпоставите да су планине облика купе. (10 п.)

   б) Термодинамички циклус Дизеловог мотора приказан је на слици 1. Одредите коефицијент корисног дејства $\eta$ овог мотора ако су дати односи $a = V_1/V_2 = 9$ и $b = V_3/V_2 = 5$. Познато је да је експонент адијабате за гориво $\gamma = 5/3$. Процеси 1–2 и 3–4 су адијабатска компресија и адијабатска декомпресија, процес 2–3 је изобарски, док је процес 4–1 изохорски. Претпоставите да је радно тело мотора идеални гас. (10 п.)

2. При кретању куглице полупречника $R$ у неким врстама флуида интензитет силе отпора пропорционалан је $R^\alpha$, где је $1 \le \alpha < 3$, и интензитету тренутне брзине куглице.

   а) Нађите интензитет $v$ успостављене константне брзине којом ће се куглица кретати у флуиду, и то у случају када је густина куглице $\rho$ већа од густине флуида $\rho_f$, као и у случају када је $\rho < \rho_f$. Покажите да интензитет успостављене брзине расте са повећањем полупречника куглице у оба случаја. Шта се догађа када је $\rho = \rho_f$? (15 п.)

   б) Ако се куглица полупречника $R$ и густине $\rho_1$ у флуиду густине $\rho_f$ креће константном брзином усмереном вертикално навише, колика треба да буде густина $\rho_2$ куглице истог полупречника да би се она у истом флуиду кретала константном брзином истог интензитета, али усмереном вертикално наниже? (5 п.)

3. а) У плочастом хоризонталном кондензатору смештеном у вакуум уравнотежена је наелектрисана капљица живе. Напон на плочама кондензатора је $U$, а растојање између плоча износи $d$. Изненада се напон на плочама смањи за $\Delta U$, тако да износи $U - \Delta U$. Због тога капљица живе више није у равнотежи и почиње да се креће према доњој плочи кондензатора. За које време $T$ ће капљица стићи до доње плоче ако се у почетном тренутку налазила на средини кондензатора? (10 п.)

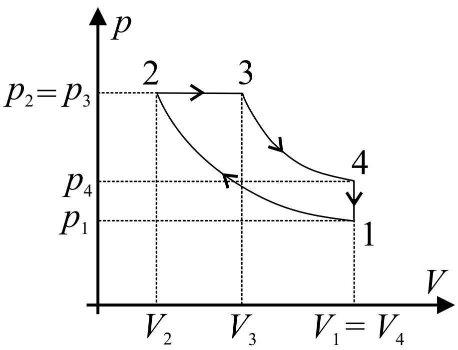
   б) Две куглице, једна масе $m_1$ и наелектрисања $q_1 > 0$ и друга масе $m_2$ и наелектрисања $q_2 < 0$, крећу се по правој једна према другој под деловањем Кулонове силе. Почетно растојање између куглица је $d_0$, а њихове почетне брзине су једнаке нули. Нађите интензитете брзина куглица у тренутку када се налазе на растојању $d$ ($d < d_0$). Претпоставите да се куглице крећу нерелативистичким брзинама и да је енергија која се губи на зрачење услед убрзаног кретања занемарљива. (10 п.)

4. У посуди затвореној покретним клипом масе $m$ и попречног пресека $S = 1.0\,\mathrm{m}^2$ налази се $m_H = 36\,\mathrm{g}$ хелијума чија је моларна маса $M = 4.0\,\mathrm{g/mol}$. Ваздух изван посуде налази се на нормалном атмосферском притиску $p_a = 101\,325\,\mathrm{Pa}$. У почетном тренутку клип је учвршћен на висини $h_0$ изнад дна посуде. Када се клип ослободи, он се спусти за $\Delta h = 12\,\mathrm{cm}$. При томе се притисак хелијума у посуди повећа $a = 2.0$ пута, а његова термодинамичка температура се повећа $b = 1.2$ пута. Након тога, хелијум у посуди се угреје на температуру $T = 407\,\mathrm{K}$, и услед тога се клип врати у почетни положај. Израчунајте масу клипа под претпоставком да се хелијум понаша као идеални гас. За интензитет убрзања Земљине теже узмите $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$, док је универзална гасна константа $R = 8.314\,\mathrm{J/mol\,K}$. (20 п.)

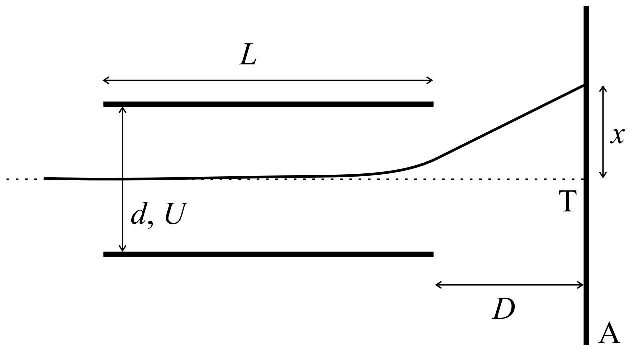
5. Електрони чија је почетна брзина једнака нули убрзавају се разликом потенцијала $U_0$ и након тога улећу у плочасти кондензатор под правим углом у односу на правац електричног поља. На кондензатору је успостављен напон $U$, растојање између плоча је $d$, док је њихова дужина $L$. На растојању $D$ од крајева плоча налази се уређај А на коме могу да се региструју појединачни електрони (слика 2). Цела апаратура смештена је у вакуум и служи за мерење отклона електрона од првобитног правца кретања у електричном пољу кондензатора. Експеримент тече на следећи начин: прво се на кондензатору подеси напон $U = 0$ и на уређају А се региструје референтна тачка Т у односу на коју ће се мерити отклон. Како уређај за убрзавање електрона има фиксиран положај у односу на кондензатор, референтна тачка се не мења током експеримента. Затим се напон $U$ повећава и мери се отклон $x$ појединачних електрона од референтне тачке Т.

   а) Нађите зависност отклона $x$ електрона од осталих величина које се мере у експерименту ($U_0$, $U$, $L$, $d$ и $D$). Утицај Земљине гравитације занемарите. (10 п.)

   б) У табели 1 дати су резултати једног низа мерења отклона $x$ електрона за неколико вредности напона $U$ на плочама кондензатора при $L = d = D = 20\,\mathrm{cm}$. Нацртајте график зависности отклона $x$ од напона $U$. Упоредите добијени график са резултатом претходног дела задатка и објасните изглед графика. На основу графика оцените разлику потенцијала $U_0$ којом се електрони убрзавају и експерименталну грешку $\Delta U_0$ ове величине. (10 п.)




Слика 1




Слика 2

| $U\,[\mathrm{V}]$ | 0.00 | 1.00 | 2.00 | 3.00 | 4.00 | 5.00 | 6.00 | 7.00 | 8.00 | 9.00 | 10.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x\,[\mathrm{mm}]$ | 0.0 | 1.8 | 2.6 | 4.5 | 7.0 | 6.5 | 10.0 | 12.3 | 13.2 | 13.5 | 13.0 |

Табела 1

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Милан Кнежевић
Председник комисије: др Мићо Митровић

# РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2001/2002. ГОДИНЕ

Аранђеловац, 11. мај 2002. године

## Решења задатака за II разред

1. а) Уколико је притисак који планина на Земљи, висине $h$ и површине основе $S$, врши на своју основу довољно велик, слој стена при основи ће прећи у течно стање и ефективно планина ће се спустити за $\Delta h$ **2 п**. При томе је утрошена енергија $\Delta U = \lambda \Delta m$ **1 п**, где је $\Delta m$ маса слоја стена који се отопио. Имамо $\Delta m = \rho S \Delta h$, па је утрошена енергија $\Delta U = \lambda \rho S \Delta h$ **1 п**. Ова енергија потиче од смањења гравитационе потенцијалне енергије планине $\Delta E_p = mg\Delta h$ **1 п**, где је $m$ маса планине. Како је $m = \rho Sh/3$, имамо $\Delta E_p = \rho Shg\Delta h/3$ **1 п**. Из услова $\Delta U = \Delta E_p$ добијамо $\lambda = hg/3$. На овај начин ће се висина планине смањивати све док њена маса не буде таква да више не може да изазове топљење стена у подножју. Дакле, закључујемо да је максимална висина планине дата са $h = 3\lambda/g$ **1 п**, што је за Земљу приближно $h_Z = 9.8\,\mathrm{km}$ **1 п**. За Марс је једначина потпуно иста, само што треба искористити одговарајући интензитет убрзања Марсове теже $g_M$. Како је $g_M = \gamma M_M/R_M^2$, где је $M_M$ маса Марса, а $\rho_M = 3M_M/4R_M^3\pi$, имамо $M_M = 4\rho_M R_M^3 \pi/3$, одакле је $g_M = 4\gamma\rho_M R_M \pi/3$, односно $g_M = 3.7\,\mathrm{m/s^2}$ **1 п**. Коначно, за максималну висину планина на Марсу добијамо $h_M = 3\lambda/g_M$, што је приближно $h_M = 26\,\mathrm{km}$ **1 п**. Дакле, можемо да закључимо да и на основу овако једноставног модела можемо да добијемо веома добро слагање са експерименталним подацима, као и да разлика у максималној висини планина на Земљи и Марсу потиче од разлике у интензитетима гравитационог убрзања.

   б) У процесу 2–3 унутрашња енергија система се повећава, а систем врши позитиван рад, што према првом закону термодинамике значи да систем апсорбује одређену количину топлоте $Q_1$ **1 п**. У процесу 4–1 се унутрашња енергија система смањује, а систем не врши никакав рад, па слично претходном случају закључујемо да у овом случају систем предаје одређену количину топлоте $Q_2$ околини **1 п**. Пошто су преостала два процеса адијабатска и при њима нема размене топлоте са околином, према дефиницији, коефицијент корисног дејства мотора је $\eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1 = 1 - Q_2/Q_1$ **1 п**. За изобарски процес 2–3 важи $Q_1 = nC_p(T_3 - T_2)$ **1 п**, док за изохорни процес 4–1 имамо $Q_2 = nC_V(T_4 - T_1)$ **1 п**. Сада је $\eta = 1 - \frac{C_V}{C_p}\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$, односно $\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$. Остаје још да нађемо однос температура. За адијабатски процес 1–2 важи $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$, па је $T_2 = T_1(V_1/V_2)^{\gamma-1}$, односно $T_2 = T_1 a^{\gamma-1}$ **1 п**. За изобарски процес 2–3 важи $V_2/T_2 = V_3/T_3$, па добијамо $T_3 = T_2 V_3/V_2 = T_2 b$, односно $T_3 = T_1 a^{\gamma-1} b$ **1 п**. За адијабатски процес 3–4 имамо $T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$, одакле је $T_4 = T_3(V_3/V_4)^{\gamma-1} = T_3(V_3/V_1)^{\gamma-1} = T_3(b/a)^{\gamma-1}$, односно $T_4 = T_1 b^\gamma$ **1 п**. Из добијених израза следи $T_4 - T_1 = T_1(b^\gamma - 1)$ и $T_3 - T_2 = T_1 a^{\gamma-1}(b-1)$, па је коначно $\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{b^\gamma - 1}{a^{\gamma-1}(b-1)}$ **1 п**. За дате податке је $\eta = 0.53$ **1 п**.

2. а) У оба случаја у коначном стању важи једнакост $\vec{F}_t + \vec{F}_p + \vec{Q} = 0$, где је $\vec{F}_t$ сила отпора, $\vec{F}_p$ је сила потиска, а $\vec{Q}$ је тежина куглице. Када је $\rho > \rho_f$, сила потиска је по интензитету мања од тежине тела, куглица се креће вертикално наниже, а сила отпора усмерена је вертикално навише, тако да је $Q = F_t + F_p$ **2 п**. Како је $Q = \rho V g$ **1 п**, где је $V = \frac{4}{3}R^3\pi$ запремина куглице, $F_t = kR^\alpha v$ **1 п**, и $F_p = \rho_f V g$ **1 п**, имамо $v = (\rho - \rho_f)Vg/kR^\alpha \Rightarrow v = \frac{4g\pi(\rho - \rho_f)}{3k}R^{3-\alpha}$ **3 п**. Како је $1 \le \alpha < 3$, следи да је $3 - \alpha > 0$, па видимо да интензитет константне брзине $v$ расте са порастом полупречника $R$ куглице **2 п**. У случају када је $\rho < \rho_f$, сила потиска је по интензитету већа од тежине тела и куглица ће се кретати вертикално навише, док ће сила отпора бити усмерена вертикално наниже. У овом случају важи $Q + F_t = F_p$ **1 п**, а на сличан начин као и у претходном случају добијамо $v = \frac{4g\pi(\rho_f - \rho)}{3k}R^{3-\alpha}$ **3 п**. Закључак о порасту $v$ са порастом $R$ и даље важи. Очигледно, у случају када је $\rho = \rho_f$ куглица ће слободно плутати у флуиду **1 п**.

   б) Из резултата претходног дела задатка следи да мора да важи $\rho_f - \rho_1 = \rho_2 - \rho_f$ **3 п**, одакле је $\rho_2 = 2\rho_f - \rho_1$ **2 п**. Како је из услова задатка $\rho_f - \rho_1 > 0$, видимо да је и $\rho_2 = 2\rho_f - \rho_1 > \rho_f - \rho_1 > 0$, што осигурава исправност добијеног резултата.

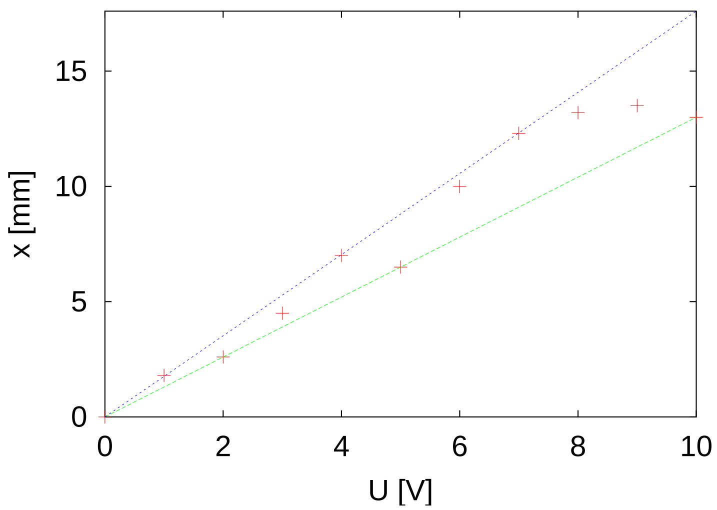
3. а) Када је капљица уравнотежена, важи $mg = qU/d$ **2 п**, где је $m$ маса куглице, а $q$ је њено наелектрисање. Одавде је $q = mgd/U$. Када се напон смањи за $\Delta U$, равнотежа је нарушена, па на куглицу делује сила усмерена вертикално наниже интензитета $F = mg - q(U - \Delta U)/d$ **2 п**, односно $F = mg\Delta U/U$. Дакле, куглица креће вертикално наниже из мировања са убрзањем интензитета $a = F/m = g\Delta U/U$ **2 п**. До доње плоче треба да пређе пут $d/2$ за време $T$, па важи $d/2 = aT^2/2$ **2 п**, одакле је $T = \sqrt{d/a}$, или коначно $T = \sqrt{Ud/g\Delta U}$ **2 п**.

б) Закон одржања енергије овде има облик $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d_0} - \frac{1}{d}\right)$ $\boxed{\text{2 п}}$, а закона одржања импулса гласи $m_1v_1 = m_2v_2$ $\boxed{\text{2 п}}$, где је узето да брзине куглица имају супротне смерове. Решавањем овог система добија се $v_1 = \sqrt{\frac{q_1q_2}{2\pi\varepsilon_0}\frac{d-d_0}{d\,d_0}\frac{m_2}{m_1(m_1+m_2)}}$ $\boxed{\text{3 п}}$ и $v_2 = \sqrt{\frac{q_1q_2}{2\pi\varepsilon_0}\frac{d-d_0}{d\,d_0}\frac{m_1}{m_2(m_1+m_2)}}$ $\boxed{\text{3 п}}$. Како је $q_1q_2 < 0$ и $d - d_0 < 0$, поткорене величине су позитивне, као што и очекујемо.

4. Пре отпуштања клипа важи $p_0V_0 = nRT_0$ $\boxed{\text{2 п}}$, где је $p_0$ почетни притисак хелијума, $V_0 = Sh_0$ је његова запремина, $n = m_H/M$, док је $T_0$ почетна температура хелијума. После отпуштања клипа притисак хелијума ће порасти на $p_a + mg/S$, па према условима задатка важи $ap_0 = p_a + mg/S$ $\boxed{\text{4 п}}$, одакле је $m = (ap_0 - p_a)S/g$. Једначина стања сада има облик $ap_0S(h_0 - \Delta h) = nRbT_0$ $\boxed{\text{4 п}}$, па ако је поделимо са првом једначином стања, добијамо $a(1 - \Delta h/h_0) = b$, одакле је $h_0 = \Delta h/(1 - b/a)$. Након загревања хелијума важи $ap_0Sh_0 = nRT$ $\boxed{\text{4 п}}$, одакле је $ap_0 = nRT/Sh_0 = m_HRT/MSh_0$. Заменом израза за $h_0$ добијамо $ap_0 = m_HRT(1 - b/a)/MS\Delta h$, односно $m = m_HRT(1 - b/a)/Mg\Delta h - p_aS/g$ $\boxed{\text{4 п}}$. За дате нумеричке вредности добија се $m = 19\,\mathrm{kg}$ $\boxed{\text{2 п}}$.

5. а) На уласку у кондензатор електрон има брзину интензитета $v_0$ дату са $eU_0 = mv_0^2/2$ $\boxed{\text{1 п}}$, где је $e$ апсолутна вредност наелектрисања електрона, а $m$ је његова маса, одакле је $v_0 = \sqrt{2eU_0/m}$. Како се пројекција брзине електрона на правац плоча кондензатора не мења и износи $v_0$, до другог краја кондензатора електрон стигне за време $t_1 = L/v_0$ $\boxed{\text{1 п}}$. За то време на њега делује сила нормална на плоче кондензатора интензитета $eU/d$, па је интензитет убрзања електрона у том правцу једнак $a = eU/md$ $\boxed{\text{2 п}}$. За време $t_1$ електрон добије у том правцу брзину интензитета $v_1 = at_1 = eUt_1/md = eUL/mv_0d$ $\boxed{\text{1 п}}$, а са свог првобитног правца кретања отклони се за растојање $x_1 = at_1^2/2 = eUL^2/2mv_0^2d$ $\boxed{\text{1 п}}$. Након тога се брзина електрона не мења, па он до уређаја А стигне за време $t_2 = D/v_0$ $\boxed{\text{1 п}}$, при чему се отклони за $x_2 = v_1t_2 = eULD/mv_0^2d$ $\boxed{\text{1 п}}$. Укупан отклон је, дакле, $x = x_1 + x_2 = \frac{eUL}{mv_0^2d}(L/2 + D)$, односно $x = \frac{UL}{2U_0d}(L/2 + D)$ $\boxed{\text{2 п}}$.

б) На слици 1 $\boxed{\text{4 п}}$ приказана је графичка зависност отклона $x$ од напона $U$ за дате податке. За $L = d = D$ је $x = \frac{3L}{4U_0}U$, па бисмо очекивали праву линију која полази из координатног почетка, али са слике 1 је очигледно да то нисмо добили. Како су све величине сем напона $U_0$ које могу да утичу на отклон фиксиране, закључујемо да се напон који убрзава електроне $U_0$ мењао током експеримента $\boxed{\text{2 п}}$. Ако повучемо праве које одговарају најмањој и највећој вредности напона $U_0$ (између ове две праве налазе се све тачке на графику), на основу њиховог нагиба $k = 3L/4U_0$ моћи ћемо да израчунамо у којем се опсегу вредности кретао напон $U_0$. Са слике 1 добијамо да је минимални нагиб $k_{min} = 1.30\,\mathrm{mm/V}$ $\boxed{\text{1 п}}$, а максимални $k_{max} = 1.76\,\mathrm{mm/V}$ $\boxed{\text{1 п}}$, па уз вредност $L = 20\,\mathrm{cm}$ следи да је $U_{0,\,min} = 3L/4k_{max} \approx 85\,\mathrm{V}$, док је $U_{0,\,max} = 3L/4k_{min} \approx 115\,\mathrm{V}$. За вредност напона $U_0$ можемо да узмемо $U_0 = (U_{0,\,min} + U_{0,\,max})/2$, односно $U_0 \approx 100\,\mathrm{V}$ $\boxed{\text{1 п}}$, док грешку $\Delta U_0$ можемо сада да оценимо са $\Delta U_0 \approx 15\,\mathrm{V}$ $\boxed{\text{1 п}}$.




Слика 1

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Милан Кнежевић
Председник комисије: др Мићо Митровић