

38. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

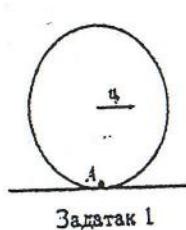
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
И МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
Републичко такмичење ученика средњих школа
школске 1999/2000. год.
IV разред

1. На унутрашњој страни тањег кругог обруча полупречника R и масе M причвршћен је тег A занемарљивих димензија, чија је маса m . Обруч се котрља без клизања по хоризонталној равни. У почетном тренутку тег A је у најдужем положају, а центар обруча има брзину v_0 , која је једнака максималној брзини при којој систем не поскакује. Одредити брзину центра обруча у тренутку када је тег A у највишем положају. (20 п.)

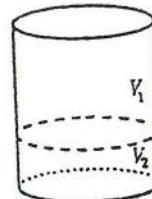
2. Вертикални цилиндар је подељен хоризонталним клипом на два дела. У сваком делу се налази иста количина ваздуха. На температури $T = 300\text{K}$ однос горње и доње запремине је $\eta = 4$. На којој температури ће тај однос бити $\eta' = 3$? Трење замарити. (15 п.)

3. Две ракете A и B крећу се у односу на посматрача на Земљи брzinama истог интензитета $v = \sqrt{3}c/2$. Правци брзина закланјају угао $\alpha = \pi/3$. Када су се ракете налазиле на растојању x_0 од посматрача, послат је светлосни сигнал ка оба брода. Чим је примио сигнал, посматрач у броду A је емитовао нови сигнал ка броду B . Одредити време које протеже за посматрача у броду B , између примијења сигналана Земље и са брода A . (20 п.)

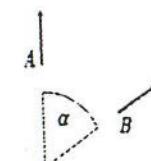
4. Распадом урала ^{238}U настаје ^{206}Pb , док се торијум ^{232}Th распада на ^{208}Pb . Константе распада урала и торијума су $\lambda_{\text{Th}} = 1,54 \cdot 10^{-10}\text{ god}^{-1}$ и $\lambda_{\text{U}} = 4,99 \cdot 10^{-11}\text{ god}^{-1}$. Масовом анализом је констатовано да нека руда садржи 50% торијума, 30% урала и 0,08% олова. Претпостављајући да је целокупна количина олова у руди радиоактивне природе, наћи старост ове руде. (У рачуну користити приближну формулу $e^x \approx 1 + x$ за $x \ll 1$). (20 п.)



Задатак 1



Задатак 2



Задатак 3

38. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
И МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

Републичко такмичење ученика средњих школа
школске 1999/2000. год.

IV разред

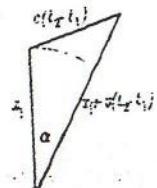
РЕШЕЊА

1. Почетна брзина се налази из услова непослуживања обруча на хоризонталној равни, што је еквивалентно услову $N > 0$, где је N пројекција нормалне силе којом подлога делује на обруч. Најкритичнија тачка у којој може добији до поскакивања је када се тег налazi у највишем положају. Тада је $N = Mg - N$, где је N нормална сила којом тег A делује на обруч, тј. $N = mv^2/R - mg$, па је $N = (M - m)g - mv^2/R$. Овај је са брзином центра обруча када је тег у највишем положају. Овај брзина се одређује на основу закона одражавања механичке енергије $T + U_i = \text{const}$, из чега се добија $v^2 = \frac{Mg^2 - 2mg^2}{M - m}$, за је услов $N > 0$ шонападанстим са $(M - m)g - \frac{Mg^2 - 2mg^2}{R} > 0$ односно $v_0 < \sqrt{\frac{Mg^2}{M - m} + \frac{(M - m)^2 g^2}{M^2}}$. По услову задатка $v_0 = \sqrt{\frac{Mg^2}{M - m} + \frac{(M - m)^2 g^2}{M^2}}$, па је онда трансверзална брзина центра обруча $v = \sqrt{\frac{M + m}{m} g R}$.

2. Означимо са индексима 1 и 2 дес излаз и испод клипа респективно, а са Q тензорну калију. Услови равнотеше су $p_1 S + Q = p_2 S$, односно $vRT/V_1 + Q/S = vRT/V_2$, где је v количина излаза у оба дела. На почетку је $T = 300\text{K}$ и веома да је $V_1/V_2 = \eta$, па је $V_1 = \frac{V}{\eta+1}$ и $V_2 = \frac{V}{\eta+1}$. Стога се из услова равнотеше добија $Q/S = p_2 - p_1 = vRT \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = \frac{vRT}{V} \left(\eta - \frac{1}{\eta} \right)$. Аналогично се за температуру T' добија $Q/S = p_2 - p_1 = \dots = \frac{vRT'}{V} \left(\eta' - \frac{1}{\eta'} \right)$, да је $T' = T \frac{\eta-1/\eta}{\eta'-1/\eta'}$ = ... = 422K .

3. У почетном тренутку $t = 0$ решете се налази на распојању x_0 од посматрача. Тада се стапајују сигнални, који истовремено стапају на обе рагете. Са стапањишта посматрача на Земљи, то се дешава у тренутку t_1 , за којег јакон $x_0 + vt_1 = x_1 = c t_1$, тј. у тренутку t_1 је $x_0/v = c - v$. У тренутку t_2 са A се шаље светлосни сигнал, који у тренутку t_2 доспева на рагету B . За t_2 јакон $c^2(t_2 - t_1)^2 = x_1^2 + (x_1 + v(t_2 - t_1))^2 - 2x_1(x_1 + v(t_2 - t_1))$ сав α . Време које прстенено између примијења сигналана Земље и са брода A је на часовнику на Земљи $\Delta t = t_2 - t_1$. Из последње једначине следи да је $\Delta t = \frac{x_1(1-\cos\alpha)}{c^2-v^2} = \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}(1-\cos\alpha)}{c^2-v^2}$, где је $x_1 = \frac{x_0}{\eta}$. У обиму долази само позитивни корен, јер су скамене сигнали са A и примијења на B узрок и последица. Пријем оба сигнала са стапањишта посматрача B дешавају се на једном месту, па је трансверзално време $\tau = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{c\sqrt{1-v^2/c^2}}{c-v}(v(1-\cos\alpha) + \sqrt{v^2(1-\cos\alpha)^2 + 2(c^2-v^2)(1-\cos\alpha)})$ или у нашем конкретном случају $\tau = (\sqrt{7} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) \frac{\text{ns}}{c}$.

4. Нека је m маса руде, m_1 маса торијума, m_2 маса урала и m_3 маса олова. Тада је по условима задатка $m_1 = 0,5m$, $m_2 = 0,3m$ и $m_3 = 0,0008m$, при чему је $m_3 = m_1(^{206}\text{Pb}) + m_2(^{208}\text{Pb})$. Ако је N број атома торијума у почетном тренутку, а $N_1 = N e^{-\lambda_{\text{Th}} t}$ у тренутку t , онда је број излаза олова $208N(^{206}\text{Pb}) = N_1^2 - N_1 = N_1(e^{\lambda_{\text{U}} t} - 1)$. На основу решење $N = mN_1\lambda_{\text{U}}/M$ може се прећи са бројем атома одговарајуће масе, тј. $m_3(^{206}\text{Pb}) = m_1 \frac{208}{232} (e^{\lambda_{\text{U}} t} - 1) \approx m_1 \frac{208}{232} \lambda_{\text{U}} t$. Аналогично се добија да је старост времена t : $m_3(^{206}\text{Pb}) \approx m_1 \frac{208}{232} \lambda_{\text{U}} t \approx m_1 \frac{208}{232} \lambda_{\text{U}} t + m_2 \frac{208}{232} \lambda_{\text{U}} t$, из чега се добија да је старост руде $T = \frac{0,0008m}{0,5m \frac{208}{232} \lambda_{\text{U}} t + 0,3m \frac{208}{232} \lambda_{\text{U}} t} = 1,28 \cdot 10^7$ година.



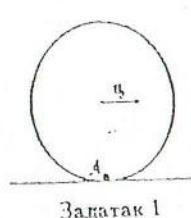
Републичко такмичење ученика средњих школа
школске 1999/2000. год.
IV разред

1. На унутрашњој страни танког круглог обруча полупречника R и масе M пристињеје је тер A занемарљивих димензија, чија је маса m . Обруч се кртња без клисања по хоризонталој равни. У почетном тренутку тер A је у највишем положају, а центар обруча има брзину v_0 , која је једнака максималној брзини при положају, а центар обруча има брзину v_0 , која је једнака максималној брзини при којој систем не поскачује. Одредити брзину центра обруча у тренутку када је тер A у највишем положају. (20 п.)

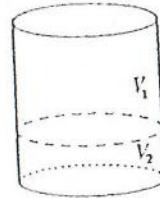
2. Вертикални цилиндар је подељен хоризонталним клином на два дела. У сваком делу се налази иста количина ваздуха. На температури $T = 300\text{K}$ однос горње и долje зачрпиве је $\eta = 4$. На којој температури ће тај однос бити $\eta' = 3$. Трење забемарити. (15 п.)

3. Две ракете A и B крећу се у односу на посматрача на Земљи брзинама истог интепситета $v = \sqrt{3}c/2$. Правци брзина закланавају угао $\alpha = \pi/3$. Када су се ракете налазиле на растојању x_0 од посматрача, послај је светлосни сигнал ка оба брода. Чити је први сигнал, посматрач у броду A је симитовао пониј сигнал ка броду B . Одредити време које протекне за посматрача у броду B , између пријема сигнала са Земље и са брода A . (20 п.)

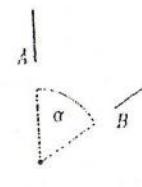
4. Распадом урана ^{238}U настаје ^{234}Pa , док се торијум ^{232}Tl распада па ^{208}Pb . Константе распада урана и торијума су $\lambda_{238} = 1,54 \cdot 10^{-10} \text{ god}^{-1}$ и $\lambda_{232} = 4,99 \cdot 10^{-11} \text{ god}^{-1}$. Масеном анализом је констатовано да нека руда садржи 50% торијума, 30% урана и 0,08% олова. Претпостављајући да је целокупна количина олова у руди радио-изотоп ^{208}Pb . Истражујући да је целокупна количина олова у руди радио-изотоп ^{208}Pb . (У рачуну користити приближну формулу $e^x \approx 1 + x$ за $x \ll 1$). (20 п.)



Задатак 1



Задатак 2



Задатак 3

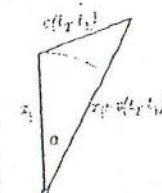
Задатке припремио: Љубиша Латас
Реџисент: др Воја Радовановић
Председник комисије: др Мићо Митровић

1. Почетна брзина се назава на услову непосложавања обруча на хоризонталој равни, што је високо-важни услову $N > 0$, где је N пројекција нормалне силе којом посебног дејствује на обруч. Надиритијија таква у којој може доћи до поскакивања је најмања у највишем положају. Тада је $N = Mg - M$, где је N нормална сила којом тер A делује на обруч, тј. $N = m^2/R - mg$, па је $N = (M + m)g - mg^2/R$. Овде је с брзином центра обруча када је тер A највиши положај. Ова брзина се одређује на основу закона одржавања механичке енергије $T + U_e = \text{const}$, па чега се добија $v^2 = \frac{Mg^2 - mg^2}{M + m} = \frac{mg^2}{M + m + 2m^2/g^2}$, па је услов $N > 0$ веома лако испуњен са $(M + m)g - \frac{m}{M + m} \cdot \frac{Mg^2 - mg^2}{M + m} > 0$ односно $v_0 < \sqrt{\frac{Mg^2}{M + m + 2m^2/g^2}}$. По услову задатка $v_0 \rightarrow \sqrt{\frac{Mg^2}{M + m + 2m^2/g^2}}$, па је онда тражена брзина центра обруча $v = \sqrt{\frac{Mg^2}{M + m + 2m^2/g^2}}$.

2. Означимо са индексима 1 и 2 две изнад и испод клина респективно, а са Q температуру кампа. Услови равнотеже су $p_1 S + \dot{Q} = p_2 S$, односно $vRT/V_1 + Q/S = vRT/V_2$, где је v количина ваздуха у оба дела. На почетку је $T = 300\text{K}$ и вени да је $V_1/V_2 = n$, па је $V_1 = \frac{n}{n+1}V$ и $V_2 = \frac{1}{n+1}V$. Слично се за услова равнотеже добија $Q/S = p_2 - p_1 = vRT \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = \frac{vRT}{c} \left(\frac{n}{n+1} - \frac{1}{n} \right)$. Аналогично се за температуру T' добија $Q/S = p_2' - p_1' = \dots = \frac{vRT'}{c} \left(\frac{n}{n+1} - \frac{1}{n} \right)$, па је $T' = T \frac{n-1/n}{n-1/n'} = \dots = 422\text{K}$.

3. У почетном тренутку $t = 0$ ракете се налазе на растојању x_0 од посматрача. Тада се емитују сигнали, који истовремено стижу на обе ракете. Са стапоништа посматрача на Земљи, то се демонстрише у тренутку t_1 , за којег важи $x_0 + vt_1 = x_1 = ct_1$, тј. у тренутку $t_1 = x_0/(c - v)$. У тренутку t_2 са A се штало светлосни сигнал, који у тренутку t_2 доспева на ракету B . За t_2 важи $c^2(t_2 - t_1)^2 = (x_1^2 + (x_1 + vt_2 - t_1)^2) - 2x_1(x_1 + vt_2 - t_1)$. Време које претекне између пријема сигнала са Земље и са брода A је у часовном иницијалном $\Delta t = t_2 - t_1$. Из последње јединичне следи да је $\Delta t = \frac{x_0^2 - x_1^2}{c^2 - v^2} \pm \sqrt{\frac{4x_0^2 - 4x_1^2}{c^2 - v^2} + \frac{4x_1^2 - 4x_1vt_2 + 4v^2t_2^2}{c^2 - v^2}}$, где је $x_1 = \frac{x_0}{c-v}$. У обиду долази само позитиван корен, јер су слатке синхроне са A и пријем на B узрок и последица. Пријем оба сигнала са стапоништа посматрача B дешавају се на једном месту, па је тражено време $\tau = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{\sqrt{c^2 - v^2}}{c^2 - v^2} \left(\sqrt{(1 - c/v)^2 + \sqrt{(1 - c/v)^2 + 4(c^2 - v^2)(1 - c/v)}} \right)$ или у нашем конкретном случају $\tau = (\sqrt{7} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})/c$.

4. Испак је m маса руде, m_1 маса торијума, m_2 маса урана и m_3 маса олова. Тада је по условима задаче $m_1 = 0,5m$, $m_2 = 0,3m$ и $m_3 = 0,0005m$, при чему је $m_1 = m_2(^{208}\text{Pb}) + m_3(^{208}\text{Pb})$. Ако је N_1^0 број атома торијума у почетном тренутку, а $N_1 = N_1^0 e^{-\lambda t_1}$ у тренутку t_1 , онда је број изетих олова $N(^{208}\text{Pb}) = N_1^0 - N_1 = N_1^0(e^{-\lambda t_1} - 1)$. На основу релације $N = mN_1^0\lambda/M$ може се предвићи се број атома из олова $m_3(^{208}\text{Pb}) \approx m_2 \frac{208}{232} \lambda t_1 \approx m_2 \frac{208}{232} \lambda t_1$. Аналогично се добија да је изаша кетека времена t $m_2(^{208}\text{Pb}) \approx m_2 \frac{208}{232} \lambda t$. Слично је $m_2 = m_1 \frac{208}{232} \lambda t_1 + m_3 \frac{208}{232} \lambda t$, па чега се добија да је старост руде $T = \frac{m_2}{m_1 \frac{208}{232} \lambda t_1 + m_3 \frac{208}{232} \lambda t} = 1,28 \cdot 10^7$ година.



Задатке припремио: Љубиша Латас
Реџисент: др Воја Радовановић
Председник комисије: др Мићо Митровић

III и IV разред

Monokromatske светlosti talasne dužinе λ , mora normalisati na difrakcionu решетку. Merena је udaljenost između dva maksimuma d , čija je grecika merena zanemarljiva. Na takom lemnisu, normalno postavljenom u odnosu na uplanu svetlost, na udaljenosti $L = 100$ cm od решетke, posmatranja je interferencijska slika. Rezultati merenja prikazani su u tabeli. Vrednost između pojava na lemnisu i metarskoj traci kojom je mereno rastojanje L , iznosi 1 mm.

d [mm]	50.0	25.0	16.7	12.5	10.0
x [mm]	20	40	60	80	100

- a) Odrediti talasnu dužinu koristeći monokromatsku svetlosti
6) Konika treba da je širina jednog otvora na difrakcionoj решетki da bi rastojanje između maksimuma prve reda bilo 50 mm^2 . Širina svakog nepropusnog dela решетke iznosi $a = (4.0 \pm 0.2) \text{ mm}$.

Tražene fizikalne veličine izraziti sa grecikom merenja. (25p.)

Zadatak sastavila: Andrejana Jekić
Rečenicnik: Mihajlo Mitrović
Predešnik Komisije: Mihajlo Mitrović

Rješenje 5. zadatka za treći i četvrti razred

- a) Rastojanje između nultog i prve maksimuma iznosi $x = \frac{\lambda L}{d}$, na je rastojanje između dva maksimuma prve reda $x = \frac{2\lambda L}{d}$. Odavde se dobija da je $\lambda = 2.5 L \cdot \frac{1}{d}$.

$\lambda d (10^4 \text{ m}^2)$	2	4	6	8	10
$x [\text{mm}]$	20	40	60	80	100

Tražena talasna dužina se može odrediti sa linografskog grafika $x = f(1/d)$. Njegov koefficijent pravca je određen iz tacaka A($3 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}, 30 \text{ mm}$) i B($9 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}, 90 \text{ mm}$).

Grafičke očitavanja rastojana maksimuma mogu se da, zbog pakova unutrašnjih, prianedriti na $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 2 \text{ mm}$ (priznati u процезу od 1mm).

Za razmeru kuo na priложенom grafiku je $\Delta \left(\frac{1}{d} \right)_s = \Delta \left(\frac{1}{d} \right)_A + \Delta \left(\frac{1}{d} \right)_B = 0.1 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}$, na je

$$\lambda = \frac{x_B - x_A}{\Delta \left(\frac{1}{d} \right)_s} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\left(\frac{1}{d} \right)_B - \left(\frac{1}{d} \right)_A} = \frac{\Delta x}{\Delta \left(\frac{1}{d} \right)} \text{ odnosno:}$$

$$\lambda = (1.0 \pm 0.1) \cdot 10^{-4} \text{ m}.$$

$$\lambda = 2.5 L \Rightarrow \lambda = \frac{x}{2L} \Rightarrow \Delta \lambda = \lambda \left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta L}{L} \right)$$

Tražena grešnost talasne dužine iznosi

$$\lambda = (5.0 \pm 0.5) \cdot 10^{-4} \text{ m} \approx (500 \pm 50) \text{ nm}.$$

$$b) Zadataj grešnosti $x=50 \text{ mm}$ odgovara $(1/d) = 5 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2} \Rightarrow d = 20 \text{ mm}$$$

Pripremajući gresku uveličine $1/d$, obzirom na gresku uveličine u iznosu

$$\Delta(1/d) = 0.2 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}$$

Relevantne greske uveličina $1/d$ i d su jednake, na je:

$$\delta \Delta(1/d) / (1/d) \approx 0.04 \Rightarrow \delta \Delta d / d \approx \Delta d \approx 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0.8 \text{ nm}$$

Tražena konstanta решетke u iznosu

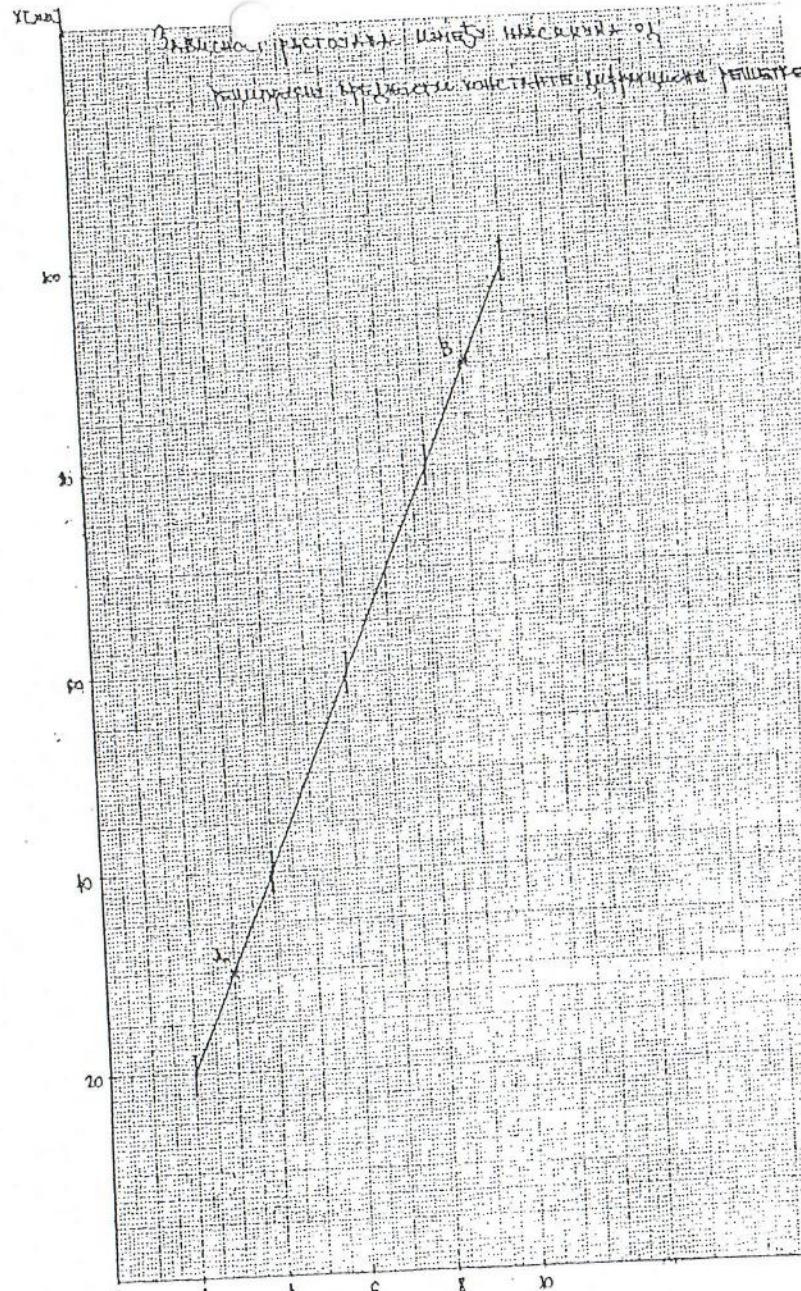
$$d = (20.0 \pm 0.8) \text{ nm}$$

Pošto je konstanta решетke $d = b + a$, zadataj širini nepropusnog dela решетke $a = (4.0 \pm 0.2) \text{ nm}$ omogućava gresku uveličine $b = d - a$

$$b = 20 \text{ nm} - 4.0 \text{ nm} = 16 \text{ nm}$$

$$\Delta b = \Delta d = \Delta a = 0.8 \text{ nm} + 0.2 \text{ nm} = 1 \text{ nm}$$

$$b = (16 \pm 1) \text{ nm}$$



$\frac{1}{d} [10^4 \text{ m}^{-2}]$