

САВЕЗНА РЕПУБЛИКА ЈУГОСЛАВИЈА
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ,
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЈЕТЕ И НАУКЕ РЕПУБЛИКЕ ЦРНЕ ГОРЕ,
МИНИСТАРСТВО ЗА ПРОСВЕТУ, НАУКУ И КУЛТУРУ
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ И
ЈУГОСЛОВЕНСКО ДРУШТВО ФИЗИЧАРА

35. САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ИЗ ФИЗИКЕ – БЕОГРАД 2000.

I разред

1. Халејева комета се креће око Сунца по елипси датој са $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, где су x и y координате комете, док су a и b редом велика и мала полуоса путање. У перихелу је растојање комете од Сунца $r_p = a(1 - e)$, а у афелу $r_a = a(1 + e)$, где је $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$ ексцентрицитет путање комете.

x [a.j.]	y [a.j.]
15.5	2.26
13.7	2.99
11.5	3.49
8.95	3.91
6.12	4.32

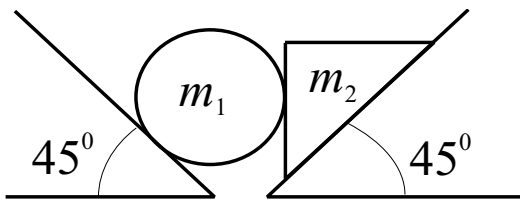
Табела 1

- а) Период обиласка комете око Сунца је $T_H = 76.0$ год. На основу Кеплерових закона израчунајте велику полуосу a у а.ј.
- б) У табели 1 су дате координате комете у а.ј. измерене у неколико различитих тренутака. Користећи ове податке, као и израчунату вредност велике полуосе a , графички нађите малу полуосу b у а.ј. Грешке мерења занемарите.
- в) На основу Кеплерових закона нађите однос n интензитета брзине комете у перихелу v_p и афелу v_a , а затим, користећи закон одржања енергије, израчунајте и интензитете брзина v_p и v_a .

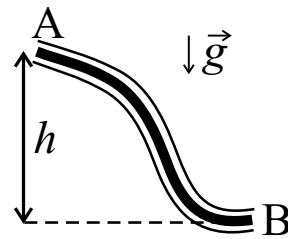
Једна астрономска јединица (а.ј.) представља растојање између Сунца и Земље и износи $1.50 \cdot 10^{11}$ m, маса Сунца је $M_S = 1.99 \cdot 10^{30}$ kg, а гравитациона константа износи $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻². (25 п.)

2. Између две непокретне стрме равни са угловима од 45^0 налазе се цилиндар масе m_1 и клин масе m_2 (слика 1). Нађите силу којом клин делује на цилиндар. (20 п.)
3. Унутар цеви дужине l , постављене између тачака А и В са разликом висина h , налази се конопац дужине l који придржавамо у тачки А (слика 2). Колики је интензитет убрзања свих тачака конопца у тренутку када га пустимо? (20 п.)
4. Три савршено еластичне кугле, маса $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 1$ kg и $m_3 = 2$ kg, мирују на глаткој хоризонталној подлози, а њихови центри леже на једној правој. Средњу куглу (масе m_2) ударимо тако да добије брзину интензитета $v_2 = 3$ m/s усмерену према трећој кугли (масе m_3). Нађите коначне брзине кугли. (20 п.)
5. На глатком столу се налази куглица А масе m . Она је помоћу неистегљиве нити занемарљиве масе, која је провучена кроз мали отвор у столу, повезана са куглицом В масе m (слика 3). Обе куглице ротирају око вертикалне осе истом угаоном брзином. Растојање између куглице А и отвора је $r = 10$ cm, део нити између отвора и куглице В заклапа угао од 30^0 са вертикалом, а куглица В се не помера у вертикалном правцу. Нађите укупну дужину нити l . (15 п.)

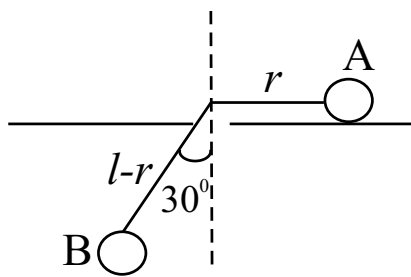
Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Сунчица Елезовић-Хаџић
Председник комисије: др Мићо Митровић



Слика 1



Слика 2



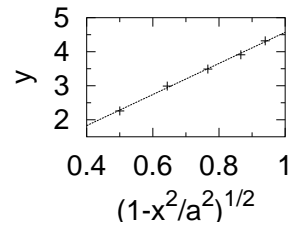
Слика 3

35. САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ИЗ ФИЗИКЕ – БЕОГРАД 2000.

Решења задатака

I разред

1. а) Из трећег Кеплеровог закона $T_H^2/a^3 = T_Z^2/r_Z^3$ [2 п], где је $T_Z = 1$ год. и $r_Z = 1$ а.ј., следи $a = r_Z(T_H/T_Z)^{2/3}$ [1 п], односно $a = 17.9$ а.ј. [1 п].

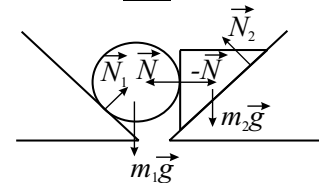


Слика 1

б) Из једначине елипсе следи $y = \pm b\sqrt{1-x^2/a^2}$ [3 п], па ако нацртамо зависност y координате комете од $\sqrt{1-x^2/a^2}$ (слика 1) [3 п], коефицијент правца добијене праве биће једнак малој полуоси b . Са слике 1 добијамо $b = 4.55$ а.ј. [4 п].

в) На основу другог Кеплеровог закона, за кратак временски интервал Δt у непосредној близини перихела и афела важи $v_p r_p \Delta t / 2 = v_a r_a \Delta t / 2$ [3 п], одакле је $n = v_p / v_a = (1+e)/(1-e)$ [1 п]. Како је $e = \sqrt{1-(b/a)^2} = 0.967$, следи $n = 59.9$ [1 п]. Закон одржања енергије за перихел и афел гласи $\frac{1}{2}M_H v_p^2 - \gamma M_H M_S / r_p = \frac{1}{2}M_H v_a^2 - \gamma M_H M_S / r_a$ [2 п], где је M_H маса комете. Ако искористимо $v_p = n v_a$ и изразе за r_p и r_a , добијамо $v_a = \sqrt{\gamma M_S / a n} = 0.91$ km/s [2 п] и $v_p = n v_a = 54$ km/s [2 п].

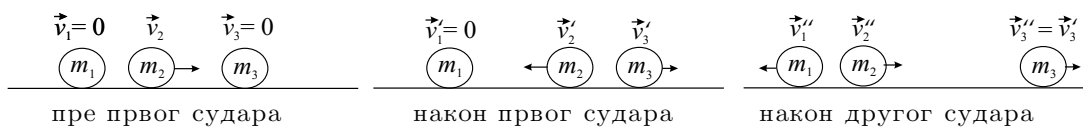
2. Ако се вертикална ивица клина помери за Δl удесно, клин се помери за $\Delta s = \Delta l \sqrt{2}$ навише дуж стрме равни, док се цилиндар помери за $\Delta l \sqrt{2} = \Delta s$ наниже дуж стрме равни, па су интензитети убрзања клина и цилиндра једнаки [5 п]. Уз претпоставку да се цилиндар креће наниже и ознаке са слике 2, једначине кретања дају $m_1 a = m_1 g / \sqrt{2} - N / \sqrt{2}$ [5 п] и $m_2 a = N / \sqrt{2} - m_2 g / \sqrt{2}$ [5 п], где је a интензитет убрзања тела. Одавде је $N = 2m_1 m_2 g / (m_1 + m_2)$ [4 п], а вектор \vec{N} је усмерен као на слици 2 [1 п]. Исти резултат се добија и уз претпоставку да се цилиндар креће навише, као и уз претпоставку да оба тела мирују.



Слика 2

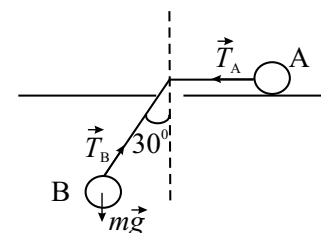
3. Нека се у току малог временског интервала Δt након пуштања конопца померио за Δl . Ако са v означимо интензитет брзине свих тачака конопца на крају тог интервала, пошто је Δt мало, важи $v^2 = 2a\Delta l$ [5 п], где је a интензитет убрзања конопца у почетном тренутку. Закон одржања енергије даје $\frac{1}{2}Mv^2 = \Delta E_p$ [5 п], где је M маса конопца, а ΔE_p је промена потенцијалне енергије конопца која потиче од (ефективног) премештања делића конопца дужине Δl из тачке А у тачку В. Дакле, $\Delta E_p = gh\Delta m$, где је $\Delta m = M\Delta l/l$ [5 п] маса делића конопца дужине Δl . Како је $v^2 = 2\Delta E_p/M$, следи $v^2 = 2gh\Delta l/l$, па поређењем са првом једначином закључујемо да је $a = gh/l$ [5 п].

4. Након првог судара (слика 3) закони одржања импулса и енергије дају $m_2 v_2 = m_3 v_3' - m_2 v_2'$ [3 п] и $\frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_3 v_3'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2$ [3 п] $\Rightarrow v_2' = (m_3 - m_2)v_2 / (m_3 + m_2) = 1 \frac{m}{s}$ и $v_3' = 2m_2 v_2 / (m_3 + m_2) = 2 \frac{m}{s}$ [2 п]. Након другог судара закони одржања су $m_2 v_2' = m_1 v_1'' - m_2 v_2''$ [3 п] и $\frac{1}{2}m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1''^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2''^2$ [3 п], одакле је $v_1'' = 2m_2 v_2' / (m_1 + m_2) = \frac{2}{3} \frac{m}{s}$ [2 п] и $v_2'' = (m_1 - m_2)v_2' / (m_1 + m_2) = \frac{1}{3} \frac{m}{s}$ [2 п]. Како је $v_2'' < v_3'$, нема даљих судара [1 п]. Коначне брзине кугала имају интензитете $v_1'' = \frac{2}{3} \frac{m}{s}$, $v_2'' = \frac{1}{3} \frac{m}{s}$ и $v_3' = 2 \frac{m}{s}$, а усмерене су као на слици 3 [1 п].



Слика 3

5. Пошто је конач неистегљив и има занемарљиву масу, силе затезања конца имају једнаке интензитете $|\vec{T}_A| = |\vec{T}_B| = T$ [1 п]. Са слике 4 видимо да за куглицу А важи $m\omega^2 r = T$ [5 п], док је за куглицу В у хоризонталном правцу $m\omega^2(l-r)/2 = T/2$ [5 п]. Дељењем ових једначина добијамо $(l-r)/r = 1$, одакле је $l = 2r$ [3 п], односно $l = 20$ cm [1 п].



Слика 4

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Сунчица Елезовић-Хаџић
Председник комисије: др Мићо Митровић