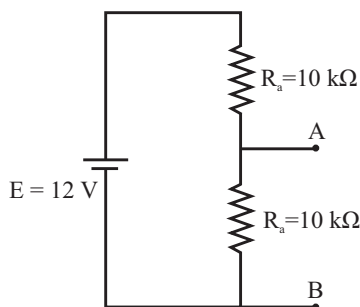




Задатак 1.

Један од начина да се од батерије емс 12 V , добије тражених 6 V је примена тзв. разделника напона. Коло на слици 1 представља тражени извор напајања. Наиме, при отвореној вези напон на крајевима АВ је:

$$U_{AB} = E \frac{R_a}{R_a + R_a} = 6\text{V}.$$



Слика 1: Извор напајања који задовољава услове задатка добијен помоћу два једнака отпорника ($R_a = 10\text{ k}\Omega$).

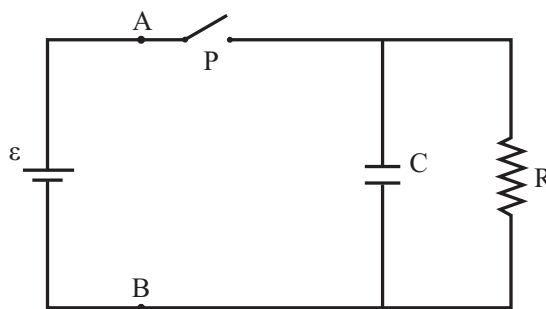
Када се овај извор напајања повеже са RC колом, у стационарном стању (када нема струје кроз кондензатор) је:

$$U_{AB} = E \frac{R_a \parallel R}{R_a \parallel R + R_a} = 5.71\text{V},$$

одакле следи да овакво коло испуњава оба тражена услова (овде $R_a \parallel R = \frac{R_a R}{R_a + R}$ означава еквивалентну отпорност паралелне везе отпорника R_a и R).

Друга могућност добијања траженог извора напајања је употреба потенциометра везаног на ред са батеријом. Обртањем точкића на потенциометру подеси се да је тражени напон U_{AB} при отвореном прекидачу око 6 V . Једина принципијелна разлика у односу на коло са слике 1 је у томе што се сада укупна отпорност потенциометра дели на два дела која не морају нужно (већ само приближно) бити једнака.

Повезивање кола:



Слика 2: Шема електричног кола за задатак 1.

Када се отвори прекидач, преостаје само RC коло, у коме се кондензатор празни преко отпорника. Закон по коме се мења напон на кондензатору са временом је:

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}},$$

(U_0 је напон у почетном тренутку) одакле се линеаризацијом добија

$$\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) = \ln\left(\frac{U}{U_0}\right) - \frac{1}{RC}t.$$



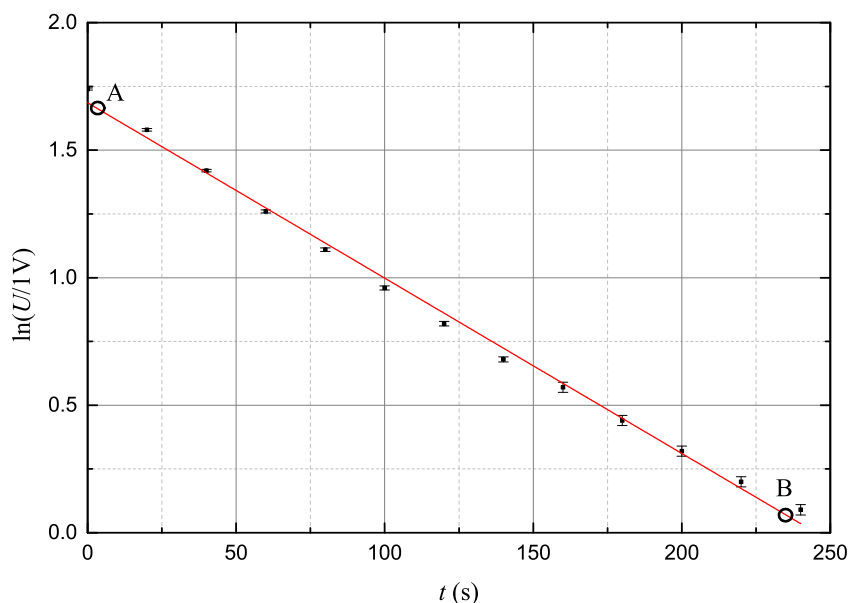
Важи

$$\Delta \ln\left(\frac{U}{1V}\right) = \frac{\Delta U}{U}.$$

Мерење је вршено тако што је очитавана вредност напона на сваких 20 секунди. С обзиром да нема поновљених мерења и усредњавања, грешка напона потиче од два члана: грешке инструмента од 0.01 V и грешке услед тога што напон није очитан тачно у тренутку t . За време људске реакције од 0.2 s напон се не може променити за више од 0.01 V, те је за укупну грешку усвојено $\Delta U = 0.02$ V. Измерене вредности U , израчунате вредности $\ln(U/1V)$ и грешке $\Delta(\ln(U/1V)) = \frac{\Delta U}{U}$ су приказане у табели 1.

$t(s)$	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240
$U(V)$	5,73	4,87	4,13	3,53	3,03	2,62	2,28	1,98	1,76	1,56	1,38	1,22	1,09
$\Delta U(V)$	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
$\ln(U/1V)$	1,74	1,58	1,42	1,26	1,11	0,96	0,82	0,68	0,57	0,44	0,32	0,20	0,09
$\Delta \ln(U/1V)$	0,004	0,005	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02

Табела 1: Примери измерених вредности, израчунатих величина и одговарајућих грешака тражених у задатку 1.



Слика 3: Линеаризовани график зависности напона на кондензатору од времена.

Коефицијент правца на графику зависности $\ln(U/1V)$ од t на слици 3 је једнак:

$$-k = \frac{y_A - y_B}{t_A - t_B} = \frac{1,62 - 0,10}{240 - 10} = 0,006609 \text{ s}^{-1}$$

а одговарајућа грешка је:

$$\left| \frac{\Delta k}{k} \right| = \frac{\Delta y_A + \Delta y_B}{|y_A - y_B|} = \frac{0,005 + 0,02}{1,62 - 0,10} = 0,0164$$

где су A и B две тачке на правој која најбоље одсликава добијену експерименталну зависност, изабране да се налазе између прве две, односно последње две експерименталне тачке.



Даље је:

$$RC = \frac{-1}{k} = 151,3 \text{ s,}$$

односно

$$\frac{\Delta(RC)}{RC} = \frac{\Delta k}{k} = 0,0164.$$

Из последње две једнакости следи

$$\Delta RC = 2,49$$

тј.

$$RC = (151 \pm 3) \text{ s.}$$

Сада имамо

$$C = \frac{RC}{R} = \frac{151,3 \text{ s}}{100 \text{ k}\Omega} = 1,513 \text{ mF,}$$

и коначно

$$C = (1,51 \pm 0,03) \text{ mF.}$$

Напомена: Задатак се може решити и на други начин. Наиме, капацитет кондензатора је одређен следећом релацијом:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta U} = \frac{\Delta q}{U_0 - U_1},$$

где је U_1 последњи измерен напон а Δq наелектрисање протекло кроз кондензатор од почетка до краја мерења. На основу мерених напона рачуна се струја кроз RC коло релацијом $I = U/R$ и црта график зависности $I(t)$. Површина испод овог графика од почетног тренутка до краја мерења биће једнака Δq и она се може одредити приближно, дељењем укупне површине на правоугаонике или трапезе и сабирањем тих површина.

Задатак 2 а.

На основу података датих у теоријском уводу, улазна карактеристика представља зависност улазног напона од улазне струје. Такође, речено је да је улаз у појачавач у базној грани, десно од потенциометра (тачка 1 на слици 4). Према томе, може се закључити следеће (уз ознаке као на слици 4):

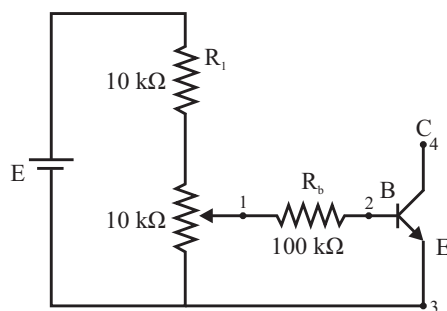
- Напон на улазу: $U_{13} = U_{in}$
- Струја на улазу: $I_{12} = \frac{U_{12}}{100 \text{ k}\Omega} = I_{in}$

Измерене вредности напона и струје на улазу су приказане у табели 2.

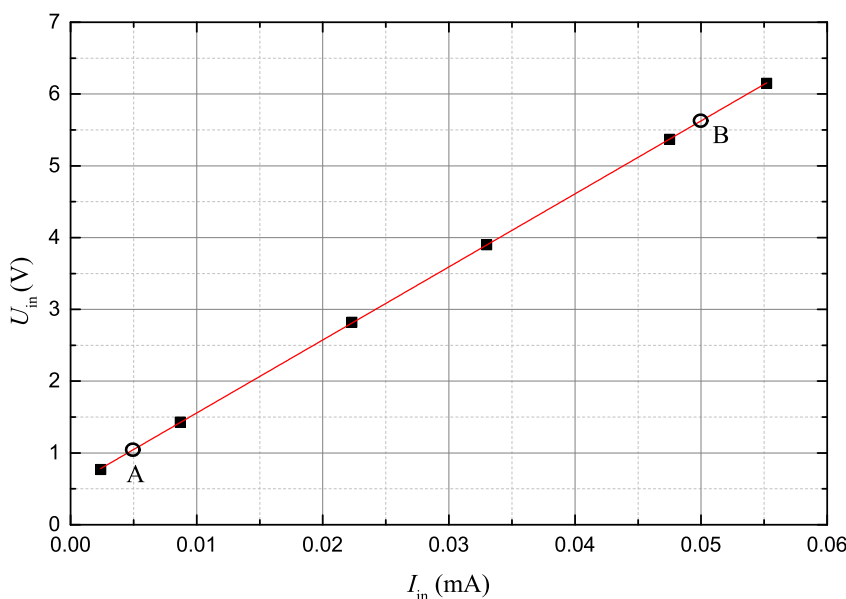
$U_{13}(\text{V})$	6,15	5,37	3,90	2,82	1,43	0,77	U_{in}
$U_{12}(\text{V})$	5,52	4,75	3,30	2,23	0,87	0,24	
$I_{12}(\text{mA})$	0,0552	0,0475	0,033	0,0223	0,0087	0,0024	I_{in}

Табела 2: Примери измерених и израчунатих вредности у задатку 2 а.

Применом дефиниционе формуле: $\Delta U_{in} = R_{in} \Delta I_{in}$ следи да је улазна отпорност једнака коефицијенту правца на графику зависности U_{in} од I_{in} са слике 5. На том графику су изабране две тачке A и B као у претходном задатку. Улазна отпорност је:



Слика 4: Шема електричног кола за задатак 2 а.



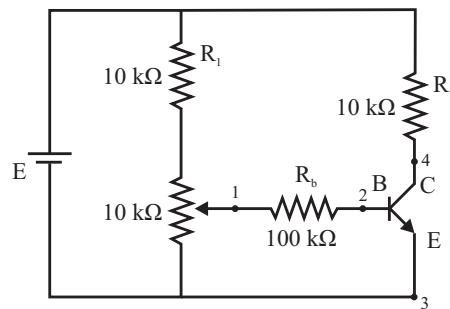
Слика 5: График зависности улазног напона појачавача од улазне струје.

$$R_{in} = \frac{U_B - U_A}{I_B - I_A} = \frac{5,6 - 1,05 \text{ V}}{50 - 5 \text{ } \mu\text{A}} \approx 101 \text{ k}\Omega$$

Напомена: Видимо да се напони U_{13} и U_{12} разликују за око 0,6 V, што управо представља напон на споју база-емитор U_{BE} у активном режиму рада транзистора. Међутим, када је напон U_{13} значајно мањи од 0,6 V, U_{12} ће бити нула, као и базна струја I_{in} . Транзистор је тада у непроводном режиму и улазна отпорност појачавача је, према дефиниционој формули, бесконачно велика.

Задатак 2 б.

Пошто се дате зависности колекторске струје од напона U_{BE} разликују у активном режиму и у засићењу, потребно је бити сигуран да се сва мерења врше у једном од та два режима. С обзиром на дате зависности, једноставније је мерити у активном режиму. Као што је објашњено у уводном тексту, транзистор улази у засићење када је напон U_{CE} мањи од $-0,4 \text{ V}$. С обзиром да, према датим моделима транзистора, потенцијал базе (тачка 2) не може бити већи од 0,6 V (што се може и експериментално проверити), значи да потенцијал колектора (тачка 4) мора бити испод 0,2 V, односно да мора важити $U_{CE} < 0,2 \text{ V}$. Док год је $U_{CE} > 0,2 \text{ V}$, транзистор неће ући у засићење и зависност $I_C(U_{BE})$ је облика



Слика 6: Шема електричног кола за задатак 2 б).

$$I_C = I_{C0} e^{\frac{U_{BE}}{\eta V_T}},$$

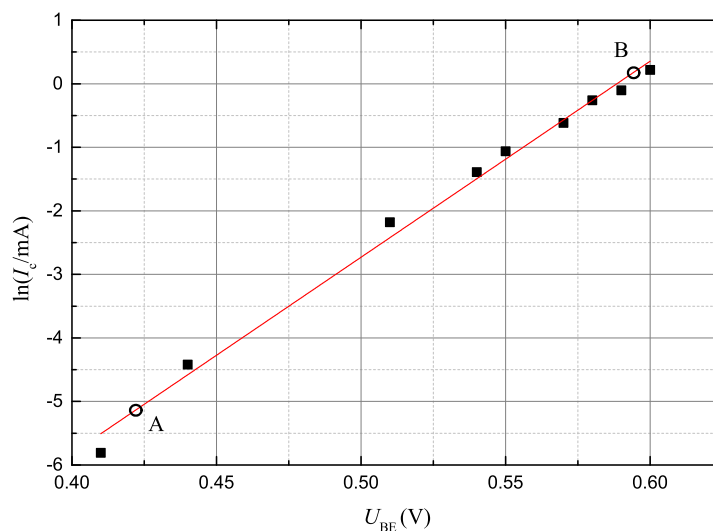
где је η корекциони фактор, за који је узета вредност 1,28, а $V_T = \frac{k_B T}{q_e}$. Одавде је

$$\ln \frac{I_C}{1\text{mA}} = \ln \frac{I_{C0}}{1\text{mA}} + \frac{q_e}{\eta k_B T} U_{BE}.$$

Према томе, треба мерити напон на колекторском отпорнику U_{+4} у зависности од напона на споју база-емитор U_{BE} . Колекторска струја рачуна се помоћу Омовог закона: $I_C = \frac{U_{+4}}{10\text{ k}\Omega}$. Резултати су приказани у табели 3.

$U_{+4}(\text{V})$	0	0	0,03	0,12	1,13	2,49	3,46	5,40	7,72	9,01	12,42
$U_{BE}(\text{V})$	0	0,35	0,41	0,44	0,51	0,54	0,55	0,57	0,58	0,59	0,60
$I_C(\text{mA})$	0	0	0,003	0,012	0,113	0,249	0,346	0,54	0,772	0,901	1,242
$\ln(\frac{I_C}{1\text{mA}})$			-5,809	-4,42	-2,18	-1,39	-1,061	-0,616	-0,259	-0,104	0,217

Табела 3: Примери измерених и израчунатих вредности у задатку 2 б.



Слика 7: Линеаризовани график зависности струје колектора од напона између базе и емитора.

На графику зависности $y = \ln \frac{I_C}{1\text{mA}}$ од U_{BE} са слике 7 налазимо коефицијент правца:



$$k = \frac{y_b - y_a}{(U_{BE})_b - (U_{BE})_a} = \frac{0,2 - (-5,2)}{0,595 - 0,42} = 30,85 \text{ V}^{-1}.$$

Даље је

$$\frac{\eta k_B T}{q_e} = \frac{1}{k} = 32,4 \text{ mV},$$

одакле је тражена температура $T \approx 293 \text{ K}$.

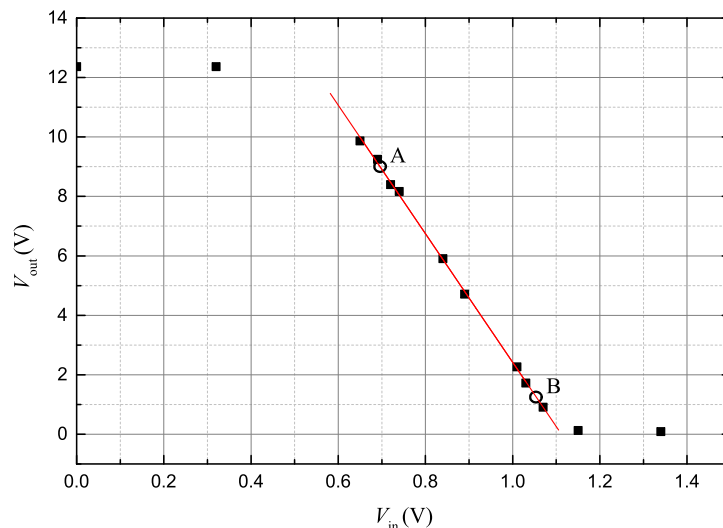
Задатак 2 в.

Мерењем напона назначених у тексту задатка (у односу на „масу”, која одговара потенцијалу емитора) у широком опсегу добијају се резултати приказани у табели 4.

$V_{in}(\text{V})$	0	0,32	0,65	0,69	0,72	0,74	0,84	0,89	1,01	1,03	1,07	1,15	1,34
$V_{out}(\text{V})$	12,37	12,37	9,87	9,25	8,4	8,17	5,91	4,71	2,27	1,72	0,91	0,13	0,09

Табела 4: Примери измерених и израчунатих вредности у задатку 2 в.

Зависност $V_{out}(V_{in})$ приказана је на графику са слике 8. За $V_{in} < 0,4 \text{ V}$ транзистор је у непроводном режиму, тј. не тече струја кроз базу, па самим тим ни кроз колектор. Напон на излазу практично је једнак напону батерије. Када улазни напон настави да расте, транзистор почне да проводи и улази у активан режим рада. Базна и колекторска струја расту, па расте и напон на колекторском отпорнику, што доводи до пада излазног напона. Када излазни напон падне испод $0,2 \text{ V}$, транзистор улази у zasiћење. Видимо да са повећањем улазног напона, излазни напон опада (а притом је у активном режиму стално већи од улазног). Појачавач који има ову особину назива се *инвертујући појачавач*. Према захтеву задатка, напонско појачање очитавано је из дела у коме је график линеаран, тј. у активном режиму, као коефицијент правца праве која описује зависност $V_{out}(V_{in})$:



Слика 8: Зависност излазног од улазног напона појачавача.

$$|A_v| = \left| \frac{V_{out}^A - V_{out}^B}{V_{in}^A - V_{in}^B} \right| = \left| \frac{9 - 1,3}{0,7 - 1,05} \right| \approx |-22| \approx 22.$$



По дефиницији се добија и струјно појачање:

$$|A_i| = \left| \frac{\Delta I_{\text{out}}}{\Delta I_{\text{in}}} \right| = \left| \frac{\Delta \left(\frac{E - V_{\text{out}}}{10 \text{ k}\Omega} \right)}{\Delta \left(\frac{V_{\text{in}} - U_{\text{BE}}}{100 \text{ k}\Omega} \right)} \right| \approx 10 \left| \frac{\Delta V_{\text{out}}}{\Delta V_{\text{in}}} \right| \approx 10 A_v \approx 220.$$

Задатак 3.

Пошто у колу постоје два улаза (V_{in1} и V_{in2}) и један излаз (V_{out}), најбољи начин да се поуздано утврди понашање кола јесте да један од улаза има сталну (фиксирану) вредност напона, док се напон на другом улазу мења. Другим речима, потребно је измерити излаз када је фиксиран напон V_{in2} а V_{in1} се мења, и обрнуто. Мерењем на описани начин добијају се резултати чији је један пример приказан у табелама 5 и 6, као и на графицима са слике 9.

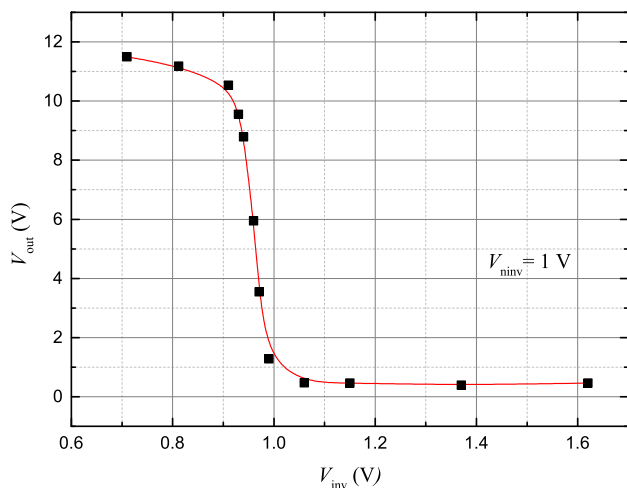
V_{in2} (V)	1,62	1,37	1,15	1,06	0,99	0,97	0,96	0,94	0,93	0,91	0,81	0,71
V_{out} (V)	0,46	0,39	0,46	0,47	1,28	3,55	5,95	8,79	9,55	10,54	11,18	11,5

Табела 5: Примери измерених вредности у задатку 3 за случај $V_{\text{in1}} = 1 \text{ V}$.

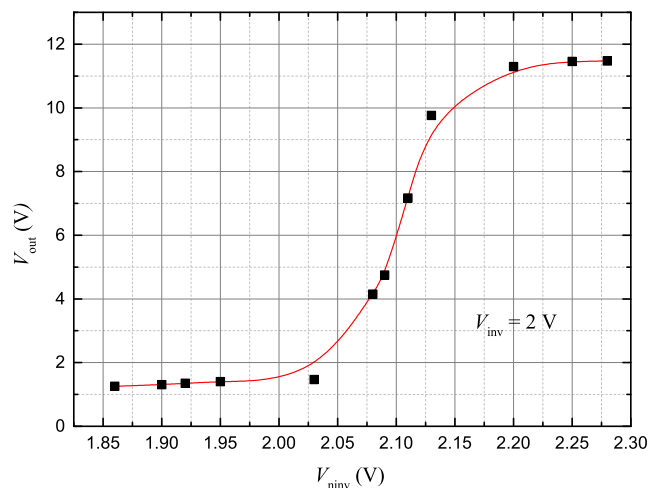
V_{in1} (V)	1,86	1,9	1,92	1,95	2,03	2,08	2,09	2,11	2,13	2,20	2,25	2,28
V_{out} (V)	1,26	1,31	1,35	1,40	1,47	4,15	4,75	7,17	9,76	11,3	11,46	11,47

Табела 6: Примери измерених вредности у задатку 3 за случај $V_{\text{in2}} = 2 \text{ V}$.

а)



б)



Слика 9: Пример зависности излазног напона V_{out} од а) V_{in2} улазног напона када је напон $V_{\text{in1}} = V_{\text{in1v}}$ фиксиран на вредност 1 V и б) V_{in1} улазног напона када је напон $V_{\text{in2}} = V_{\text{in2v}}$ фиксиран на вредност 2 V.

У случају када је фиксиран напон V_{in1} (табела 5 и слика 9 а), видимо да је за мале вредности напона V_{in2} излаз на високом напонском нивоу. Када се вредност V_{in2} приближи V_{in1} , излазни напон почне нагло да опада, врло брзо падне на ниску вредност и више се практично не мења. Са друге стране, када је фиксиран напон V_{in2} (табела 6 и слика 9 б), за мале вредности напона V_{in1} излаз има веома малу и приближно константну вредност; када се V_{in1} приближи V_{in2} , излазни напон има нагли скок на висок напонски ниво и скоро се не мења са даљим повећањем V_{in1} . (Обратити пажњу на опсеге вредности напона на x -оси.) Електронско коло чији се излаз нагло промени када се сигнали на улазима изједначе назива се *компаратор*. Поред тога, с обзиром да излазни сигнал на слици 9 а



опада са повећањем улаза, док на слици 9 б расте, улаз V_{in1} назива се *неинвертујући*, док је улаз V_{in2} *инвертујући* (отуда и ознаке на слици).

За максималан број поена је потребно урадити мерење бар за по два различита фиксирана напона V_{in1} , односно V_{in2} и закључити да сва четири графика показују компараторско понашање, тј. промену на излазу само када су вредности V_{in1} и V_{in2} блиске, као и инвертујућу, односно неинвертујућу природу улаза.

Напомена: Осим приказаних графика, могли су се цртати и графици зависности излазног напона од разлике улазних (поново за по две фиксиране вредности улазних напона), што суштински садржи исту информацију као и графици са слике 9, осим што је у приказу који је дат понашање кола очигледније.

Задатке припремили: *др Марко Опачић* и *др Бојан Стојадиновић*, Институт за физику у Београду

Рецензенти: *др Ненад Вукмировић* и *др Данко Бошњакковић*, Институт за физику у Београду

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд