ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2017/18. ГОДИНА

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

ДРЖАВНИ НИВО
22.03.2018.

II разред

ЗАДАЦИ – ФЕРМИОНСКА КАТЕГОРИЈА

1. Један мол хелијума налази се у калориметру на температури $T_1 = 273\text{K}$. Гас ставимо у следећи процес: прво се шири при константном топлотном капацитету $C = 100\text{J/K}$ $(1 \to 2)$, потом се изохорски хлади до почетне температуре $(2 \to 3)$, па се најзад изотермски сабија до почетне запремине $(3 \to 1)$. У првом делу процеса хелијум је примио топлоту $Q = 1\text{J}$. Наћи рад гаса у процесу $1 \to 2 \to 3 \to 1$. Обратити пажњу да се, због $Q \ll U$ (где је U унутрашња енергија гаса), процес $1 \to 2 \to 3 \to 1$ се може приближно представити троуглом, а разлике $T_2 - T_1$ и $V_2 - V_1$ су мале у односу на T_1,V_1, па може бити од користи формула $1/(1+\epsilon) \approx 1 - \epsilon$ која важи за $\epsilon \ll 1$.

(20 поена)

2. До које висине се подиже вода у конусној капилари угла α $(\alpha \ll 1)$, која је потопљена у воду на ужем крају, ако је квашење потпуно, а коефицијент површинског напона воде γ? Сматрати полупречник капиларе на ужем крају занемарљиво малим. Густина воде је ρ, а гравитационо убрзање g. Да ли се решење мења ако се суд са капиларом налази у комори под притиском 3 атмосфере?

(20 поена)

3. Мала Софија проучава систем са два нивоа као на слици испод. Систем се састоји од N неинтерагујућих честица које могу да имају енергију $-\epsilon$ или ϵ зависно да ли се налазе на горњем или доњем нивоу. Помозимо Софији да одреди термодинамичке карактеристике оваквог система.

   (а) Болцманова енртопија оваквог система је одређена као $S_E = k_B \ln \Omega_E$, где је Ω_E број начина на које можемо расподелити N честица у два нивоа, тако да укупна енергија система буде E. Одредити Болцамновцу ентропију S_E у зависности од укупне енергије система E. Помоћ: број комбинација класе k од N честица, тј. број начина на који од N честица можемо изабрати k честица, износи $N!/(k!(N-k)!)$.

   (б) Сада желимо да нађемо израз за температуру система користећи израз за ентропију одређен у претходном кораку. Софија зна да се инверзна температура може изразити као промена ентропије при малој промени енергије система, тј. када једну честицу пребацимо са нивоа енергије ϵ на ниво енергије $-\epsilon$. Ову реченицу можемо математички записати као $\frac{1}{T} = \frac{S_{E+\epsilon} - S_{E-\epsilon}}{2\epsilon}$ (сматрамо да је $\epsilon \ll E$).

   (в) Узмимо сада конкретан систем који се састоји од $N = 1000$ честица и где је $\epsilon = 1\,\text{eV}$. Одредити температуру система за енергије $E_1 = -200\text{eV}$ и $E_2 = 200\text{eV}$. Чудан резултат за енергију E_2 можемо разумети као последицу чињенице да су честице у побуђеним стањима, тј. да нису у уобичајеном стању термодинамичке равнотеже ($1\,\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$,$k_B = 8.617 \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{eV}}{\text{K}}$).

(20 поена)

4. Дугачка жица негативног линијског наелектрисања $\lambda = 10^{-5}\,\frac{\text{C}}{\text{m}}$ окачена је о две нити дужине $l = 10\,\text{cm}$ и коефицијента линеарног топлотног ширења $\alpha = 1.77 \cdot 10^{-4}\,\text{K}^{-1}$, на висини $H = 1\,\text{m}$ од пода. Испод жице се налази опруга коефицијента истегљивости $k = 80\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$ која у неистегнутом стању има дужину $d = 3\,\text{cm}$. На опругу се постави куглица масе $m = 50\,\text{g}$ и позитивног наелектрисања $Q = 10^{-5}\,\text{C}$ при чему долази до мале деформације опруге. Одредити висину куглице пре загревања нити и пошто се нити загреју за $\Delta T = 800\,\text{K}$. Гравитационо убрзање Земље је $g = 9.81\text{m/s}^2$, а диелектрична константа $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. (20 поена)

5. У течном хелијуму на довољно ниској температури формира се суперфлуид који се може схватити као квантна течност која тече без отпора и вискозности. Проучићемо прелаз из хелијума 1 (обични) у хелијум 2 (суперфлуидни). У табели су дата мерења тзв. ренормализованог коефицијента термичког ширења α у зависности од температуре T (R. J. Donelli and C. F. Barenghi 1998, J. Phys. Chem. Ref. Data 27, 6, 1217).

T [K]	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9	2.1	2.3
α $[10^{-3}\text{K}^{-1}]$	171.73	165.04	157.52	150.26	142.12	133.18	124.26	114.03	102.76	90.38	74.89	56.03

T [K]	2.5	2.7	2.9	3.1	3.3	3.5	3.7	3.9	4.1	4.3	4.5	4.7	4.9
α $[10^{-3}\text{K}^{-1}]$	23.64	43.85	67.49	85.19	100.02	113.06	125.10	135.90	145.87	155.00	164.42	172.96	180.88

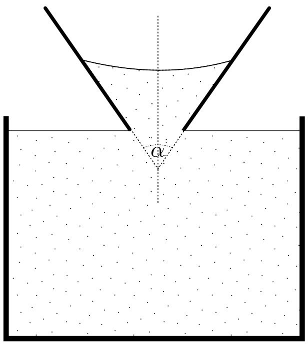
Коефицијент термичког ширења у функцији температуре

   (а) Познато је да у тачки суперфлуидног фазног прелаза ренормализовани коефицијент термичког ширења достиже минимум, а удаљавањем од критичне тачке (у било ком смеру температурне осе) расте. На основу тога проценити из података у табели критичну температуру T_c, као и вредност коефицијента α_c у критичној тачки.

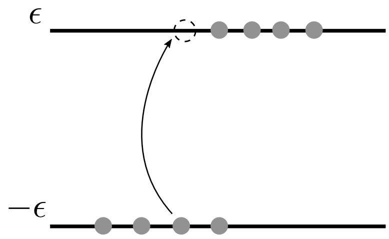
(б) Представити зависност $\alpha(T)$ на графику са логаритамском скалом на обе осе. Приметимо да у великом опсегу температура постоји скалирање облика $\alpha - \alpha_c \propto |T - T_c|^{\gamma_-}$ за температуре ниже од критичне и $\alpha_c - \alpha \propto |T - T_c|^{\gamma_+}$ за температуре изнад критичне. Овакво понашање је карактеристично за критичне појаве, тј. фазне прелазе другог реда. Одредити приближно експоненте γ_+ и γ_-.

(20 поена)

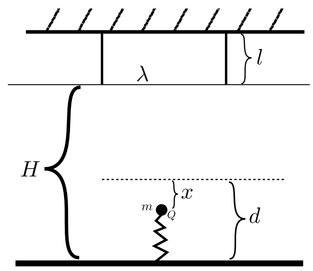
Математички подсетник Природни логаритам $\ln x$ је дефинисан на следећи начин: $\ln x = a$ ако и само ако је $e^a = x$, где је $e = 2.7172\ldots$ тзв. Ојлерова константа, основа природног логаритма. За логаритам производа важи $\ln xy = \ln x + \ln y$, а за логаритам количника $\ln x/y = \ln x - \ln y$, где су x и y позитивни реални бројеви. За логаритам степена важи $\ln x^a = a \cdot \ln x$.



Слика уз 2. задатак



Слика уз 3. задатак



Слика уз 4. задатак

Задатке припремили: ***Михаило Чубровић***, Институт за физику, Београд
Александар Буква, Институт за физику, Београд
Рецензент: ***др Божидар Николић***, Физички факултет, Београд
Председник Комисије за такмичења средњих школа: ***др Божидар Николић***, Физички факултет, Београд