

## Izveštaj

### Zadatak 13. Rezonantna čaša

Čaša za vino delimično ispunjena tečnošću će rezonirati kada se izloži zvuku iz zvučnika. Ispitati kako fenomen zavisi od različitih parametara.

#### Uvod

Fenomen rezoniranja vinske čaše je oduvek privlačio pažnju fizičara, ali i ostalih ljudi, jer je interesantan i akustički i vizuelno - pogotovu kada se zvuk koristi da bi vinska čaša pukla. Zbog toga je do sad izvedeno više studija o ovom fenomenu (1-8). Rezonancija je fizička pojava maksimizovanja amplitude prinudnog oscilovanja sistema na frekvenciji pobude blisko prirodnoj frekvenciji sistema. Pojava rezonancije zavisi i od prigušenja, tj. odnosa energije gubitaka i ukupne energije sistema.

A. P. French je prvi teorijski ispitivao fenomen tzv. „pevajuće čaše“ 1983. godine (1). Taj fenomen označava emisiju zvuka od strane čaše koja se trlja vrhom prsta po obodu ili se lupi metalnom šipkom. Zvuk koji se pritom emituje je čist ton, a njegova frekvencija je prirodna frekvencija vinske čaše. French je zaključio da prirodna frekvencija oscilovanja vinske čaše zavisi od njenih osobina: visine, radijusa, debljine i gustine stakla, pod pretpostavkom da je čaša cilindričnog oblika. Njegovi rezultati omogućavaju identifikaciju (oblika) čaše na osnovu njene prirodne frekvencije.

French je takođe primetio da čaša delimično ispunjena tečnošću rezonira različitom frekvencijom od one kojom rezonira prazna čaša. Na osnovu energetske analize izveo je jednačinu koja povezuje odnos rezonantne frekvencije prazne i delimično pune čaše i odnos visine tečnosti u čaši i visine čaše:

$$\left(\frac{f_0}{f_{hr}}\right)^2 = 1 + \frac{\alpha \rho_t R}{5 \rho_s a} \left(\frac{h}{H}\right)^4,$$

gde je:  $f_0$  - rezonantna frekvencija prazne čaše (u Hz);  $f_{hr}$  - rezonantna frekvencija delimično napunjene čaše (u Hz);  $R$  - poluprečnik čaše (u mm);  $a$  - debljina zida čaše (u mm);  $\rho_t$  - gustina tečnosti u čaši (u g/cm<sup>3</sup>);  $\rho_s$  - gustina stakla od kog je napravljena čaša (u g/cm<sup>3</sup>);  $h$  - visina stuba tečnosti (u mm);  $H$  - visina čaše (u mm) i  $\alpha$  – slobodni parametar. Upoređivanje rezultata eksperimenata sa teorijom je u Frenchovoj studiji dala vrednost  $\alpha$  od 1.4.

Zakovitost do koje je French došao, usled pretpostavke o cilindričnom obliku čaše, najmanje je primenjiva na tečnost u najnižim slojevima čaše, jer donji deo čaše najviše odstupa od cilindričnog oblika.

M. Courtois *et al.* su 2007. godine (2), takođe pod pretpostavkom da je čaša cilindričnog oblika, pokazali da prirodna frekvencija čaše ne zavisi samo od ukupne zapremine tečnosti u

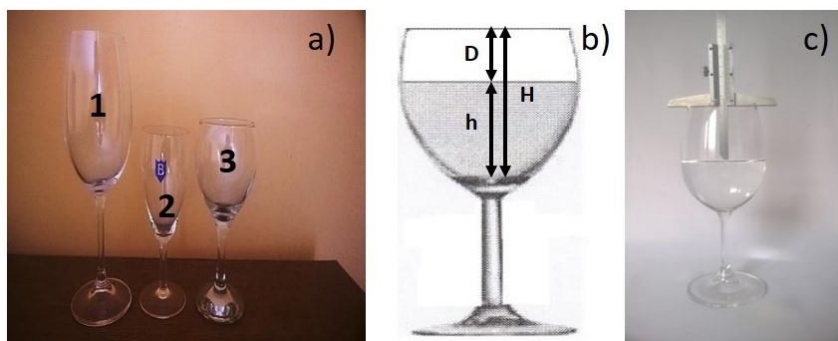
čahi, već i od njene distribucije, koja se može menjati rotacijom ili ubacivanjem cilindra u tečnost.

Ovaj rad se bavi ispitivanjem frekvencije na kojoj vinska čaša rezonira kada se pobuđuje zvukom i analizom relevantnih parametara sistema koji na ovaj fenomen utiču.

### ***Aparatura i metod***

U ovom eksperimentu su korišćene 3 vinske čaše različitih dimenzija (poluprečnika, visine čaše i debljine zida čaše), prikazane na slici 1a) i 4 tečnosti različitih gustina (voda  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ , etanol-96%  $\rho = 0.81 \text{ g/cm}^3$ , petroletar  $\rho = 0.66 \text{ g/cm}^3$  i glicerol  $\rho = 1.38 \text{ g/cm}^3$ ). Za merenje debljine zida čaše korišćen je mikrometar sa najmanjim podeokom 0.01 mm. Merenje je vršeno na tri pozicije na čaši - pri obodu čaše, na sredini čaše i pri dnu čaše, a za analizu je korišćena srednja vrednost ova tri merenja. Prečnik čaše  $2R$  meren je nonijusom sa najmanjim podeokom 0.02 mm.

Eksperiment je izvođen za prazne čaše i čaše sa različitim nivoima tečnosti. Visina stuba tečnosti je menjana u koracima od 5-10 mm razlike visine stuba tečnosti. Pomoću nonijusa sa "T" glavom sa najmanjim podeokom od 0.02 mm merena je visina vazdušnog stuba iznad tečnosti (oznaka  $D$ ) duž vertikalne ose simetrije čaše. Ukupna visina čaše (oznaka  $H$ ) merena je takođe uz pomoć nonijusa sa „T“ glavom, a visina stuba tečnosti u čaši (oznaka  $h$ ) dobijena oduzimanjem visine vazdušnog stuba od ukupne visine čaše, što je ilustrovano na slici 1b. Kao što se vidi na slici 1c, "glava" nononijusa je stavljena na obod case, a pokretni deo spušten do nivoa tečnosti. Vrh pokretnog dela nonijusa nije dodirivao površinu tečnosti (da bi se visina stuba vazduha iznad nivoa tečnosti što preciznije očitala, jer bismo sa pokretnim delom koji dodiruje površinu vode imali pogrešnu predstavu o visini tečnosti).



**Slika 1. a) Tri čaše korišćene u eksperimentu. b) Parametri sistema. c) Merenje visine vazdušnog stuba.**

Greška koja se dobija pri određivanju  $h$  je 0.04 mm:

$$h = H - D, \Delta(h) = \Delta(H) + \Delta(D) = 0.04 \text{ mm}.$$

Prirodna frekvencija čaša (sa i bez tečnosti) je merena tako što je obod čaše navlažen vodom i trljan vrhom prsta dok čaša ne počne da emituje zvuk, a zatim je mikrofonom zvuk koji čaša proizvodi prosleđivan računaru (slika 2a), na kome je u programu „Spectrum Lab“ (9) očitavana njegova frekvencija ( $f_h$ ). Najmanji podeok skale sa koje je frekvencija očitavana je 5 Hz.

Čaša je zatim pobuđivana pomoću zvučnika na rastojanju od 1 cm (rastojanje je fiksno u svim merenjima), koji je emitovao čist ton generisan programom „Szynalski Tone Generator“ (10) sa najmanjim podeokom od 0.1 Hz. Postavka eksperimenta je prikazana na slikama 2b i 2c. Za nalaženje frekvencije tona koji će dovesti do rezonance čaše, polazna vrednost je određivana na osnovu prethodno izmerene prirodne frekvencije čaše. Jačina zvuka merena je aplikacijom „Decibel meter“ (11) na mobilnom telefonu.



**Slika 2. a) Postavka za merenje prirodne frekvencije čaše. b) Postavka za pobuđivanje čaše zvukom. c) Detalj postavke sa slike b) koji pokazuje odvojenu podlogu zvučnika i čaše.**

Ton odgovarajuće frekvencije izaziva vibriranje čaše, što se vidi pojavom talasa na površini tečnosti (slika 3 i dodatak A). Dešavalo se da čaša vibrira pri više različitih frekvencija. Frekvencija koja je tada uzimana za rezonantnu frekvenciju je ona pri kojoj su talasi koji nastaju na površini tečnosti najuočljiviji tj. najveće amplitude.



**Slika 3. Površine četiri različite tečnosti u rezonirajućoj čaši.**

Upoređivanjem amplituda talasa na površinama različitih tečnosti na slici 3 primećuje se maksimum u slučaju čaše sa petroletrom, a sledi čaša sa etanolom, dok se u slučaju čaše sa vodom javljaju talasi najmanje amplitude. Kada je u vinskoj čaši glicerol, javlja samo talasanje cele površine tečnosti.

Prirodna rezonantna frekvencija čaše napunjene tečnošću do visine  $h$  je u ovom izveštaju označavana sa  $f_h$ , dok je frekvencija tona koji je izazivao rezonanciju čaše (takođe napunjene tečnošću do visine  $h$ ) označavana sa  $f_{hr}$ .

Gustina čaše, tj. stakla od kog je ona napravljena određena je pomoću formule  $\rho = \frac{m}{V}$ , gde je  $m$  - masa tela (u g ili kg), a  $V$  - zapremina tela (u  $\text{cm}^3$  ili  $\text{m}^3$ ). Masa čaša (u gramima) je merena apotekarskom vagom preciznosti 0.02 g. Zapremina čaša je merena „Arhimedovom metodom“, tako što se prvo menzura velike zapremine napuni vodom (destilovanom) do crte 0.00. Zatim se iz te menzure, levkom, odlije određena zapremina vode (veća od pretpostavljene zapremine čaše) u laboratorijsku čašu, a zatim se čaša uroni u menzuru. Biretom se iz laboratorijske čaše dosipa voda u menzuru dok nivo vode opet ne bude na crti 0.00.

Voda iz birete se dodaje vodi koja je ostala u čaši. Zatim se izmeri masa laboratorijske čaše sa vodom, a potom masa prazne laboratorijske čaše, na apotekarskoj vagi. Razlika između izmerenih veličina nam daje masu vode, iz koje izračunamo zapreminu vode, znajući da joj je gustina  $\rho_{\text{vode}} = 1 \text{ g/cm}^3$ . Zapremina vode koju smo izračunali je u stvari jednaka zapremini čaše. Rezultati su prikazani u Tabeli 1.

	$m$ (g)	$V$ ( $\text{cm}^3$ )	$\rho_{\text{čaše}}$ ( $\text{g/cm}^3$ )
čaša 1	195.72	78.60	$2.490 \pm 0.007$
čaša 2	73.48	30.88	$2.38 \pm 0.02$
čaša 3	156.84	65.35	$2.400 \pm 0.008$

Tabela 1. Merene veličine mase čaše i zapremine čaše i izračunate vrednosti gustine čaše.

Greška određivanja gustine stakla izračunata je po formuli:

$$\Delta\rho = \rho \cdot \left( \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta V}{V} \right).$$

Najmanji podeok na skali birete je  $\Delta B = 0.1 \text{ ml}$ , a greška određivanja zapremine čaše preko mase vode  $\Delta V = \frac{1}{\rho_{\text{vode}}} \Delta m = \frac{1}{\rho_{\text{vode}}} \cdot 2\Delta m_{\text{vage}} = 0.04 \text{ cm}^3$ . Međutim, primećeno je da prilikom presipanja ostaje ponekad kap vode na posudama, čija se zapremina procenjuje na  $0.05 \text{ cm}^3$ , pa je ukupna greška određivanja zapremine procenjena na  $0.2 \text{ cm}^3$ .

## Rezultati

U Tabeli 2 su prikazani rezultati merenja prirodne i rezonirajuće frekvencije vinske čaše 1 delimično napunjene vodom. Ovi rezultati su izdvojeni za primer, dok su sva merenja priložena u tabelama u dodatku B. Iz tabele se vidi da je rezonirajuća frekvencija prazne čaše  $f_0 = 803.8$  Hz. Za ovu čašu je  $H = 106.38$  mm - visina čaše, što je korišćeno za izračunavanje odnosa  $h/H$ .

$h$ (mm)	$f_h$ (Hz)	$f_{hr}$ (Hz)	$(h/H)$	$(h/H)^4$	$\Delta(h/H)^4$	$(f_0/f_{hr})$	$(f_0/f_{hr})^2$	$\Delta((f_0/f_{hr})^2)$
0.00	805	803.8	0	0	0	1.0000	1.0000	0.0005
16.96	795	798.8	0.1594	0.000646	0.000007	1.0061	1.0123	0.0005
31.20	795	794.1	0.2933	0.00740	0.00005	1.0122	1.0246	0.0006
48.26	775	776.1	0.4537	0.0424	0.0002	1.0357	1.0727	0.0006
54.22	755	752.8	0.5097	0.0675	0.0003	1.0678	1.1401	0.0006
60.56	720	720.1	0.5693	0.1050	0.0004	1.1162	1.246	0.0007
67.10	685	683.8	0.6308	0.1583	0.0005	1.1755	1.3818	0.0008
72.58	650	635.6	0.6823	0.2167	0.0007	1.2646	1.5993	0.0009
79.52	575	580.5	0.7475	0.3122	0.0009	1.3847	1.917	0.002
82.24	555	560.2	0.7731	0.357	0.001	1.4348	2.059	0.002
88.22	510	511.9	0.8293	0.473	0.002	1.5702	2.466	0.002
93.72	465	467.1	0.8810	0.602	0.002	1.7208	2.961	0.002
96.16	445	444.9	0.9039	0.668	0.002	1.8067	3.264	0.003
101.58	405	408.2	0.9549	0.831	0.002	1.9691	3.877	0.003

**Tabela 2. Merene i izračunate vrednosti relevantnih veličina za jednu čašu i jednu tečnost – jedna serija merenja.**

Apsolutne greške direktno merenih vrednosti ( $h$ ,  $f_h$ ,  $f_{hr}$ ) su:  $\Delta(h) = 0.04$  mm,  $\Delta(f_h) = 5$  Hz,  $\Delta(f_{hr}) = 0.1$  Hz, kao što je objašnjeno u delu “Aparatura i metod”. Apsolutne greške izvedenih veličina -  $\Delta((h/H)^4)$  i  $\Delta((f_0/f_{hr})^2)$  - su izračunate po sledećim formulama (12, 13):

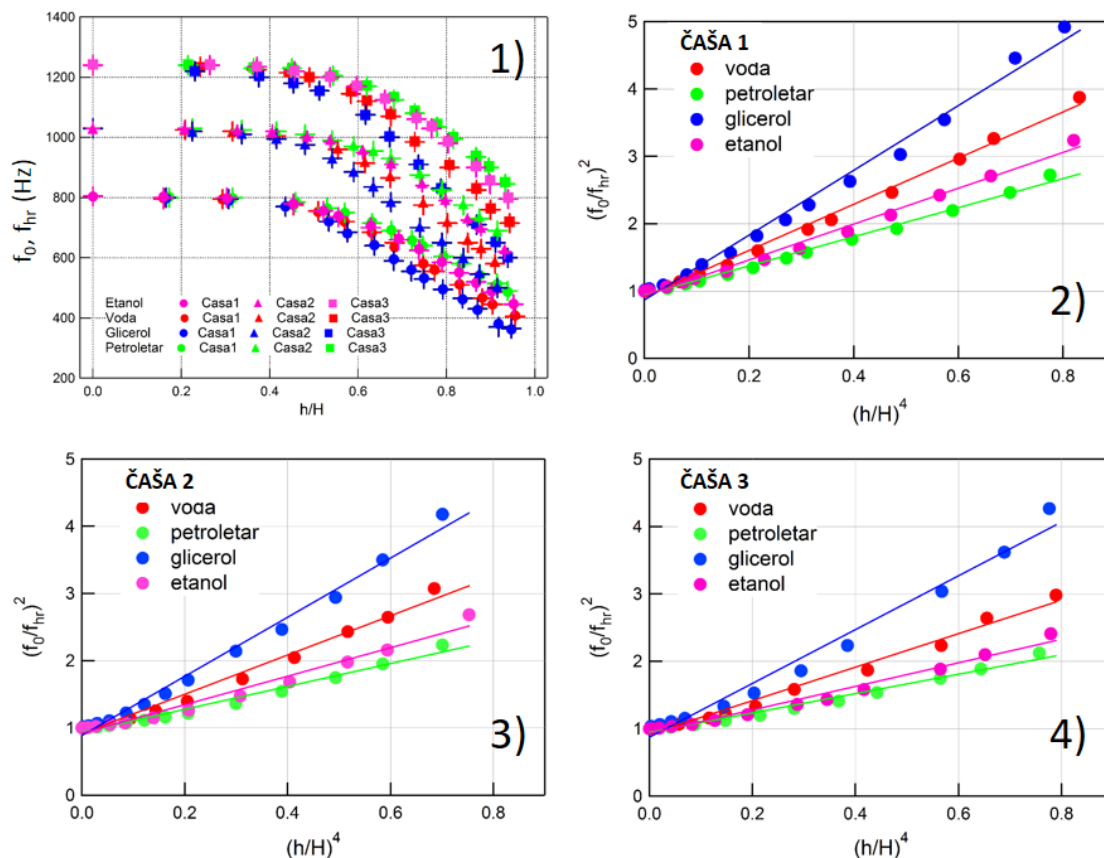
$$\Delta\left(\left(\frac{h}{H}\right)^4\right) = 4\left(\frac{h}{H}\right)^4 \cdot \left(\frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta H}{H}\right),$$

$$\Delta\left(\left(\frac{f_0}{f_{hr}}\right)^2\right) = 2\left(\frac{f_0}{f_{hr}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\Delta f_0}{f_0} + \frac{\Delta f_{hr}}{f_{hr}}\right).$$

U svim merenjima jačina zvuka (85 dB) i rastojanje čaše od zvučnika (1 cm) su bili konstantni.

Rezultati merenja za sve tri čaše i sve četiri tečnosti su prikazani na graficima 1-4. Na grafiku 1 je prikazana zavisnosti rezonirajuće (pun simbol) i prirodne frekvencije (krstasti simbol) od odnosa visine stuba tečnosti i visine čaše. Sa grafika zaključujemo da se frekvencija rezonirajuće čaše snižava sa povećanjem visine stuba tečnosti. Takođe se zaključuje da je rezonirajuća frekvencija čaše sa tečnošću niže gustine od vode - viša (etanol i petroletar), a rezonirajuća frekvencija čaše ispunjene tečnošću veće gustine od gustine vode - niža. Na

graficima 2-4 su prikazane zavisnosti odnosa  $(f_0/f_{nr})^2$  od odnosa  $(h/H)^4$  za odgovarajuće čaše sa različitim tečnostima. Pored njih na ovim graficima su prikazani i rezultati fita linearne zavisnosti koju predviđa French-ova formula, metodom najmanjih kvadrata pomoću programa Igor Pro (14). Kvalitet fita koji se može proveriti u programu je zadovoljavajući. Sve greške su unesene na grafike, ali su na slikama manje od veličine simbola.



Grafici: 1) Zavisnost prirodne i rezonirajuće frekvencije od odnosa visine tečnosti i čaše za sve čaše i sve vrste tečnosti, 2-4) Zavisnost kvadrata odnosa frekvencije prazne i delimično pune čaše od četvrtog stepena odnosa visine tečnosti i visine čaše za naznačene tečnosti i čaše.

U tabeli 3 su prikazane dimenzije čaša i koeficijenti (ofset i nagib) koji odgovaraju linearnom fitu prikazanom na graficima 2-4.

	H (mm)	R (mm)	a1 (mm)	a2 (mm)	a3 (mm)	R/a1	R/a2	R/a3
čaša 1	106.38	29.84	1.16	1.14	1.10	25.29	25.72	24.26
čaša 2	80.50	28.24	1.20	1.16	1.05	23.53	24.34	26.86
čaša 3	71.68	31.43	1.70	1.65	1.64	17.86	18.17	18.49
	nagib <sub>voda</sub>	nagib <sub>etanol</sub>	nagib <sub>petroletar</sub>	nagib <sub>glicer</sub>	ofset <sub>voda</sub>	ofset <sub>etanol</sub>	ofset <sub>petroletar</sub>	ofset <sub>glicerol</sub>
čaša 1	3.43±0.07	2.66±0.07	2.16±0.05	4.8±0.2	0.92±0.03	0.93±0.03	0.94±0.01	0.87±0.05
čaša 2	2.9±0.1	2.11±0.09	1.71±0.07	4.4±0.2	0.92±0.03	0.92±0.03	0.94±0.02	0.89±0.04
čaša 3	2.48±0.08	1.75±0.07	1.45±0.05	4.0±0.2	0.92±0.03	0.93±0.03	0.95±0.02	0.87±0.06

Tabela 3. Dimenzije čaša i koeficijenti linerane funkcije po French-ovoj formuli.

U tabeli 3,  $a_1$ ,  $a_2$  i  $a_3$  su debljine zida čaše mereni mikrometrom ( $\Delta a = 0.01$  mm),  $H$  je visina čaše ( $\Delta H = 0.02$  mm), a  $R$  je njen poluprečnik.

Na osnovu formule koju je teorijski izveo French moguće je iz nagiba linearnog fita izračunati koeficijent  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{5a\rho_s}{\rho_t R} \text{ nagibt} ,$$

gde je  $\text{nagibt}$ -nagib za jednu tečnost iz tabele 3, a  $\rho_t$ -gustina te tečnosti. Greška određivanja  $\alpha$  je:

$$\Delta\alpha = \alpha * \left( \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta \text{nagibt}}{\text{nagibt}} + \frac{\Delta\rho_s}{\rho_s} + \frac{\Delta R}{R} \right).$$

U tabeli 4 su date izračunate vrednosti koeficijenta  $\alpha$  za različite čaše i tečnosti.

	$\alpha_{\text{voda}}$	$\alpha_{\text{etanol}}$	$\alpha_{\text{petroletar}}$	$\alpha_{\text{glicerol}}$
<b>čša 1</b>	1.6±0.1	1.6±0.1	1.5±0.1	1.6±0.2
<b>čša 2</b>	1.4±0.2	1.3±0.2	1.3±0.2	1.5±0.2
<b>čša 3</b>	1.6±0.1	1.4±0.1	1.39±0.09	1.8±0.2

**Tabela 4. Vrednosti koeficijenta  $\alpha$  za sve vrste čša i tečnosti.**

Za vrednost debljine stakla čaše uzimana je aritmetička sredina debljine zida izmerene na tri visine za jednu čšu.

### **Diskusija**

Pored već prikazanih rezultata, vršena su i merenja koja ispituju uticaj rastojanja čaše od zvučnika na rezonirajuću frekvencije. Sama frekvencija se ne menja sa rastojanjem čaše od zvučnika, menja se samo amplituda talasa koji bivaju pobuđeni u tečnosti vibracijom čaše. Na rastojanjima čaše od zvučnika većim od 5 cm ne dolazi do vibracije čaše, pa ni do stvaranja talasa. Jačina zvuka ne utiče na promenu rezonirajuće frekvencije već takođe samo na amplitudu talasa koji nastaju na površini tečnosti. Izvršeno je i jedno merenje koje ispituje način na koji se prenosi pobuda iz izvora zvuka do čaše, tj. da li povezanost zvučnika i čaše zajedničkom podlogom (kada su na istom stolu) utiče na promenu rezonirajuće frekvencije. Promene u rezonirajućoj frekvenciji nije bilo, ali je sa čašom i zvučnikom na istom stolu pobuđivanje čaše moguće izvršiti i pri manjoj jačini zvuka, najmanja jačina zvuka koja pri takvim uslovima izaziva pobuđenje čaše je 70 dB. Zaključuje se da čša rezonira pri manjoj jačini zvuka kada je na istoj podlozi sa zvučnikom jer se pobuda prenosi i podlogom, a ne samo vazduhom.

Pojava rezonance čaše u kojoj se nalazi tečnost podrazumeva da se pobuda koja uzrokuje oscilovanje stakla prenosi i na tečnost u čši. Ispostavlja se da homogenost tečnosti u čši bitno utiče na ispoljavanje ovog efekta, jer ulje, čija je gustina manja od gustine vode za par procenata, nije moguće pobuditi podjednako efektno kao ostale tečnosti koje su ovde ispitivane. Kako je

rezonanca postignuta ovde sa tečnostima čije su gustine i manje i veće od gustine vode, nemogućnost pobude talasa u ulju se može pripisati njegovoj nehomogenosti.

Rezultati merenja pokazuju dobro slaganje sa French-ovom teorijom. Sa grafika 1 zaključujemo da se frekvencija rezonirajuće čaše snižava sa povećanjem visine stuba tečnosti. Takođe se zaključuje da je rezonirajuća frekvencija čaše sa tečnošću niže gustine od vode - viša (etanol i petroletar), a rezonirajuća frekvencija čaše ispunjene tečnošću veće gustine od gustine vode - niža, što se objašnjava ukupnom energijom sistema čaše sa tečnošću i energijom potrebnom da se sistem dovede u rezonacu – ista frekvencija, dakle i energija pobude dovešće do rezonance manju zapreminu, a samim tim i visinu, gušće tečnosti.

Sa grafika 2-4 primećujemo da su rezonirajuće frekvencije iste čaše sa različitim tečnostima približno jednake za prva 3 merenja, što se objašnjava slabijim prenosom vibracija čaše do dna čaše, zbog čega gustina tečnosti nije od velikog značaja za rezonirajuću frekvenciju. Naravno, prirodna i rezonirajuća frekvencija su iste za sve tečnosti kada je visine stuba tečnosti nula.

Iz tabele 4 vidimo vrednosti koeficijenta  $\alpha$  za svaku tečnost i čašu. Izračunate vrednosti  $\alpha$  se sa vrednošću 1.4 do koje je došao French najbolje poklapaju u slučaju čaše 2, koja naizgled najmanje odstupa od geometrijske forme cilindra. Čaša 1 ima odstupanja od predviđene vrednosti za  $\alpha$  (1.4) za svaku tečnost, što se može pripisati njenom više sfernom obliku. Vrednosti  $\alpha$  za čašu 3, se u slučaju tečnosti etanol i petroletar poklapaju sa vrednosti 1.4 u okviru greške. Najveće odstupanje imamo kod vrednosti  $\alpha$  za glicerol, gde i rezultati merenja najviše odstupaju od linearnog fita po French-ovoj formuli.

Postoje i drugi faktori čiji uticaj na rezonirajuću frekvenciju bi se mogao ispitati. Možda bi se rezonantne frekvencija vinskih čaša bile izmenjene ako bi se eksperiment sprovodio u atmosferi azota, jer bi gustina takve atmosfere bila manja od gustine vazduha ( $\rho_{\text{vazduha}} = 1.225 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{\text{azota}} = 1.205 \text{ g/cm}^3$ ), a ona određuje karakteristike zvučnih talasa koji se koriste za pobudu.

S obzirom na to da se staklo može proizvoditi na različite načine, moguće je da kvalitet proizvodnje ili vrsta stakla utiče na rezonirajuću frekvenciju. Prethodni eksperimenti (7) pokazuju da je neophodan defekt na čaši, makar bio jedan mali rez, da bi čaša usled rezonancije pri zvučnoj pobudi pukla. Ljudski glas takođe može da izazove pucanje čaše (7), ali se to u ovom eksperimentu nije dogodilo.

### **Literatura**

- (1) A.P. French, **In vino veritas-a study of wineglass acoustics**. *American Journal of Physics* (1983)
- (2) M. Courtois *et al.*, **Tuning the pitch of a wine glass by playing with the liquid inside**. *European Journal of Physics* (2008)
- (3) G. Jundt *et al.*, **Vibration modes of partially filled wine glasses**. *Journal of Acoustical society of America* (2006)



- (4) **How to breaking glass with sound, University of Salford**, dostupno na:  
[http://www.acoustics.salford.ac.uk/acoustics\\_info/glass/?content=index](http://www.acoustics.salford.ac.uk/acoustics_info/glass/?content=index)  
[http://www.acoustics.salford.ac.uk/acoustics\\_info/glass/?content=glass2](http://www.acoustics.salford.ac.uk/acoustics_info/glass/?content=glass2)  
[http://www.acoustics.salford.ac.uk/acoustics\\_info/glass/?content=glass3](http://www.acoustics.salford.ac.uk/acoustics_info/glass/?content=glass3)
- (5) **Resonant Oscillations of Wine Glass with Water 1**, dostupno na:  
<https://www.youtube.com/watch?v=opb6cWEwauc>
- (6) **Resonance standing wave wine glass a science with bobert video short**, dostupno na:  
<https://www.youtube.com/watch?v=AxWzVPdubjs>
- (7) How does sound break glass, dostupno na: <http://www.breakglass.org/How-does-sound-break-glass.html>
- (8) **Shattering Wine Glass – A Great Manchester University**, dostupno na:  
<http://www.acoustics.salford.ac.uk/feschools/waves/wine1video.htm>  
<http://www.acoustics.salford.ac.uk/feschools/waves/wine3video.htm>
- (9) Software, „Spectrum LAB“, dostupno na: <http://www.qsl.net/dl4yhf/spectra1.html>
- (10) Software, „Szynalski Tone Generator“, dostupno na: <http://www.szynalski.com/tone-generator/>
- (11) Aplikacija, „Decibel meter“, dostupno na:  
<https://www.microsoft.com/en-us/store/p/decibel-meter/9wzdncrfj04p>
- (12) M. Mitrović, A. Žekić, *Didaktika fizike* (Fizički fakultet Univerziteta u Beogradu, 2013)
- (13) M. A. Jelić, *Priručnik za izradu misaonih eksperimentalnih zadataka na takmičenjima iz fizike* (2016)
- (14) Software “Igor Pro” (besplatna demo verzija), dostupno na:  
<https://www.wavemetrics.com/products/igorpro/igorpro.htm>