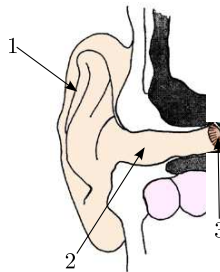




IV разред

1. Сијалица са волфрамском нити прикључена је на градску мрежу ефективне вредности напона $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$. Сматрати да је волфрамска нит облика цилиндра чија је дужина $l = 10 \text{ cm}$, пречник $D = 0,010 \text{ mm}$, а електрична отпорност $R = 500 \Omega$, као и да зрачи као апсолутно црно тело температуре $T = 2000 \text{ K}$. Колика је ефикасност којом ова сијалица претвара електричну енергију у енергију електромагнетног зрачења? (20 поена)
2. На катоду вакуумске цеви која се користи за проучавање фотоелектричног ефекта пада светлост таласне дужине $\lambda = 310 \text{ nm}$. При задржавајућем напону $U = 3,40 \text{ V}$ између катоде и аноде, најбржи фотоелектрони избачени нормално на површину катоде успевају да пређу половину растојања између електрода. Електрично поље у простору између електрода сматрати хомогеним.
 - (а) При којој вредности задржавајућег напона између електрода почиње да тече фотоструја? (6 поена)
 - (б) Одредити црвену границу фотоелектра за материјал од којег је начињена катода. (14 поена)
3. Људско ухо је најосетљивије на звучне таласе фреквенције $\nu = 3,78 \text{ kHz}$. То је последица резонанције са фреквенцијом основног хармоника стојећег таласа који се може образовати у ушном каналу. Сматрати да је ушни канал права цев дужине l и константног попречног пресека која се завршава бубном опном, чије осцилације у овом задатку треба занемарити, види слику 1. Брзина звука у ваздуху је $u = 340 \text{ m/s}$.



Слика 1: Схематски приказ спољног уха: 1–ушна шкољка; 2–ушни канал; 3–бубна опна.

- (а) Одредити дужину ушног канала l . (10 поена)
 - (б) На којим се још фреквенцијама звучних таласа може очекивати појачана осетљивост уха? (10 поена)
4. Две групе фотона различитих енергија падају на танку плочицу од метала чији је излазни рад за електроне $A_i = 1,80 \text{ eV}$. Настали фотоелектрони усмерени су ка магнетном спектрометру. Под дејством константне Лоренцове силе фотоелектрони у магнетном спектрометру описују закривљене путање чији пречници се могу измерити. Утврђено је да при магнетном пољу индукције $B_1 = 0,108 \text{ mT}$ једна група фотоелектрона описује путању радијуса $r = 3,56 \text{ cm}$, а путању истог радијуса описује и друга група фотоелектрона при магнетном пољу индукције $B_2 = 0,129 \text{ mT}$. Колике су таласне дужине фотона којима је бомбардован дати метал? (20 поена)
 5. (а) Аутомобил дужине $l_1 = 4,0 \text{ m}$ који се креће брзином $v_1 = 20,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ претиче други аутомобил дужине $l_2 = 5,0 \text{ m}$ који се у истом правцу креће брзином $v_2 = 15,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ и који се налази испред њега. Одредити време претицања. Под временом претицања сматрати време које протекне од тренутка кад предњи крај првог аутомобила достигне задњи крај другог аутомобила до тренутка када задњи крај првог аутомобила достигне предњи крај другог аутомобила. (8 поена)
 - (б) Одредити време претицања (у лабораторијском систему) два свемирска брода чије су сопствене дужине једнаке редом дужинама l_1 и l_2 аутомобила из претходног дела задатка, а крећу се у истом правцу брзинама $v_1 = 0,80 c$ и $v_2 = 0,60 c$. (12 поена)

Приликом решавања задатака можете користити следеће бројне вредности универзалних физичких константи: Штефан-Болцманова константа $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$, Планкова константа $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, елементарно наелектрисање $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, маса електрона $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, брзина светлости у вакууму $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

*У фермионској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима средњих стручних школа, уметничких школа и свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математика и физика.

Задатке припремили: *др Ненад Вукмировић* и *Вељко Јанковић*, Институт за физику у Београду
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад

Рецензент: *др Антун Балаж*, Институт за физику у Београду

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



IV разред

1. Снага коју сијалица прима из градске мреже је $P = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$ [3п]. Снага коју израчи сијалица је према Штефан-Болцмановом закону $P_z = \sigma T^4 S$ [5п], где је $S = \pi D l$ [3п] површина омотача цилиндра. Ефикасност сијалице је једнака $\eta = \frac{P_z}{P}$ [4п]. Из претходних једначина следи $\eta = \frac{\sigma T^4 \pi D l R}{U_{\text{eff}}^2}$ [3п], одакле је $\eta = 2,9\%$ [2п].
2. (а) Пошто се полје између електрода може сматрати хомогеним, кинетичка енергија најбржих фотоелектрона је $T_{\text{max}} = eU/2$ [3п]. Задржавајући напон U_0 при којем почиње да тече фотоструја добија се из $T_{\text{max}} = eU_0$ [2п], па следи $U_0 = U/2 = 1,70 \text{ V}$ [1п].
(б) Црвена граница фотоэффекта λ_c одређена је условом $\frac{hc}{\lambda_c} = A_i$ [5п], где се излазни рад материјала од којег је начињена катода добија користећи Ајнштајнову једначину фотоэффекта $\frac{hc}{\lambda} = T_{\text{max}} + A_i$ [5п]. Комбиновањем се добија $\lambda_c = \frac{\lambda}{1 - \frac{eU\lambda}{2hc}}$ [3п]. Након замене бројних вредности, $\lambda_c = 539 \text{ nm}$ [1п].
3. (а) Према условима задатка, ушни канал се може посматрати као цев затворена на једном крају, тако да је фреквенција основног хармоника стојећег таласа $\nu = \frac{u}{4l}$ [7п]. Дакле, $l = \frac{u}{4\nu}$ [2п], односно након замене бројних вредности $l = 2,25 \text{ cm}$ [1п].
(б) Појачана осетљивост уха може се очекивати на фреквенцијама које одговарају вишим хармоницима стојећег таласа. На основу општег израза за фреквенцију n -тог хармоника $\nu_n = \frac{(2n-1)u}{4l}$ [6п], где је $n = 1, 2, \dots$, опсегу звучних таласа (до 20 kHz) припадају још $\nu_2 = 3\nu = 11,3 \text{ kHz}$ [2п] и $\nu_3 = 5\nu = 18,9 \text{ kHz}$ [2п].
4. Таласне дужине фотона λ_1 и λ_2 су одређене Ајнштајновом једначином фотоэффекта $\frac{hc}{\lambda_1} = T_1 + A_i$ и $\frac{hc}{\lambda_2} = T_2 + A_i$ [8п], где су T_1 и T_2 кинетичке енергије фотоелектрона. Под утицајем Лоренцове силе фотоелектрони ће описивати путање полупречника r крећући се брзинама v_1 и v_2 које су одређене са $\frac{m_e v_1^2}{r} = e v_1 B_1$ и $\frac{m_e v_2^2}{r} = e v_2 B_2$ [6п], на основу чега добијамо кинетичке енергије фотоелектрона $T_1 = \frac{(e B_1 r)^2}{2m_e}$ и $T_2 = \frac{(e B_2 r)^2}{2m_e}$ [2п]. Таласне дужине фотона су $\lambda_1 = hc / \left(\frac{(e B_1 r)^2}{2m_e} + A_i \right)$ и $\lambda_2 = hc / \left(\frac{(e B_2 r)^2}{2m_e} + A_i \right)$ [2п], односно након замене бројних података $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$ и $\lambda_2 = 339 \text{ nm}$ [2п].
5. (а) Претпоставимо да се аутомобили крећу дуж x осе. Нека се у тренутку $t = 0$ преклапају предњи крај првог и задњи крај другог аутомобила и нека је њихова координата x_0 . Зависност координате задњег краја првог аутомобила од времена је $x_1(t) = x_0 - l_1 + v_1 t$, а зависност координате предњег краја другог аутомобила је $x_2(t) = x_0 + l_2 + v_2 t$ [2п]. Претицање се завршава у тренутку T одређеном условом $x_1(T) = x_2(T)$ [3п], одакле је $T = \frac{l_1 + l_2}{v_1 - v_2}$ [2п], односно $T = 1,8 \text{ s}$ [1п].
(б) Дужина првог свемирског брода у лабораторијском систему је на основу закона контракције дужине $L_1 = l_1 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}$, а другог $L_2 = l_2 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}$ [4п]. Као у претходном делу задатка се добија да је $T = \frac{L_1 + L_2}{v_1 - v_2}$ [4п], одакле је $T = \frac{l_1 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} + l_2 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}}{v_1 - v_2}$ [3п], односно $T = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ [1п].

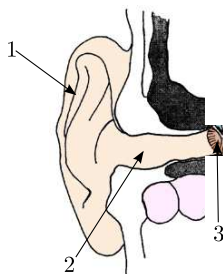
Задатке припремили: др Ненад Вукмировић и Вељко Јанковић, Институт за физику у Београду
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад

Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику у Београду

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: др Божидар Николић, Физички факултет, Београд



- Сијалица са волфрамском нити прикључена је на градску мрежу ефективне вредности напона $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$. Сматрати да је волфрамска нит облика цилиндра чија је дужина $l = 10 \text{ cm}$, пречник $D = 0,010 \text{ mm}$, а електрична отпорност $R = 500 \Omega$, као и да зрачи као апсолутно црно тело температуре $T = 2000 \text{ K}$. Колика је ефикасност којом ова сијалица претвара електричну енергију у енергију електромагнетног зрачења? (20 поена)
- На катоду вакуумске цеви која се користи за проучавање фотоелектричног ефекта пада светлост таласне дужине $\lambda = 310 \text{ nm}$. При задржавајућем напону $U = 3,40 \text{ V}$ између катоде и аноде, најбржи фотоелектрони избачени нормално на површину катоде успевају да пређу половину растојања између електрода. Електрично поље у простору између електрода сматрати хомогеним.
 - При којој вредности задржавајућег напона између електрода почиње да тече фотоструја? (6 поена)
 - Одредити црвену границу фотоэффекта за материјал од којег је начињена катода. (14 поена)
- Људско ухо је најосетљивије на звучне таласе фреквенције $\nu = 3,78 \text{ kHz}$. То је последица резонанције са фреквенцијом основног хармоника стојећег таласа који се може образовати у ушном каналу. Сматрати да је ушни канал права цев дужине l и константног попречног пресека која се завршава бубном опном, чије осцилације у овом задатку треба занемарити, види слику 1. Брзина звука у ваздуху је $u = 340 \text{ m/s}$.



Слика 1: Схематски приказ спољног уха: 1—ушна шкољка; 2—ушни канал; 3—бубна опна.

- Одредити дужину ушног канала l . (10 поена)
 - На којим се још фреквенцијама звучних таласа може очекивати појачана осетљивост уха? (10 поена)
- Две групе фотона различитих енергија падају на танку плочицу од метала чији је излазни рад за електроне $A_i = 1,80 \text{ eV}$. Настали фотоелектрони усмерени су ка магнетном спектрометру. Под дејством константне Лоренцове силе фотоелектрони у магнетном спектрометру описују закривљене путање чији пречници се могу измерити. Утврђено је да при магнетном пољу индукције $B_1 = 0,108 \text{ mT}$ једна група фотоелектрона описује путању радијуса $r = 3,56 \text{ cm}$, а путању истог радијуса описује и друга група фотоелектрона при магнетном пољу индукције $B_2 = 0,129 \text{ mT}$. Колике су таласне дужине фотона којима је бомбардован дати метал? (20 поена)
 - (а) Свемирски брод сопствене дужине $l_1 = 4,0 \text{ m}$ који се у референтном систему S креће брзином $v_1 = 0,80 c$ усмереном дуж x осе претиче други свемирски брод сопствене дужине $l_2 = 5,0 \text{ m}$ који се у истом правцу креће брзином $v_2 = 0,60 c$ и који се налази испред њега. Одредити време претицања у систему S . Под временом претицања сматрати време које протекне од тренутка кад предњи крај првог брода достигне задњи крај другог брода до тренутка када задњи крај првог брода достигне предњи крај другог брода. (8 поена)
(б) Референтни систем S' креће се у односу на систем S брзином V усмереном дуж заједничке x осе. Одредити V тако да време претицања у систему S' буде минимално. (12 поена)

Приликом решавања задатака можете користити следеће бројне вредности универзалних физичких константи: Штефан-Болцманова константа $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$, Планкова константа $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, елементарно наелектрисање $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, маса електрона $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, брзина светлости у вакууму $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

*У бозонској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.



IV разред

1. Снага коју сијалица прима из градске мреже је $P = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$ [3п]. Снага коју израчи сијалица је према Штефан-Болцмановом закону $P_z = \sigma T^4 S$ [5п], где је $S = \pi D l$ [3п] површина омотача цилиндра. Ефикасност сијалице је једнака $\eta = \frac{P_z}{P}$ [4п]. Из претходних једначина следи $\eta = \frac{\sigma T^4 \pi D l R}{U_{\text{eff}}^2}$ [3п], одакле је $\eta = 2,9\%$ [2п].
2. (а) Пошто се полје између електрода може сматрати хомогеним, кинетичка енергија најбржих фотоелектрона је $T_{\text{max}} = eU/2$ [3п]. Задржавајући напон U_0 при којем почиње да тече фотоструја добија се из $T_{\text{max}} = eU_0$ [2п], па следи $U_0 = U/2 = 1,70 \text{ V}$ [1п].
(б) Црвена граница фотоэффекта λ_c одређена је условом $\frac{hc}{\lambda_c} = A_i$ [5п], где се излазни рад материјала од којег је начињена катода добија користећи Ајнштајнову једначину фотоэффекта $\frac{hc}{\lambda} = T_{\text{max}} + A_i$ [5п]. Комбиновањем се добија $\lambda_c = \frac{\lambda}{1 - \frac{eU\lambda}{2hc}}$ [3п]. Након замене бројних вредности, $\lambda_c = 539 \text{ nm}$ [1п].
3. (а) Према условима задатка, ушни канал се може посматрати као цев затворена на једном крају, тако да је фреквенција основног хармоника стојећег таласа $\nu = \frac{u}{4l}$ [7п]. Дакле, $l = \frac{u}{4\nu}$ [2п], односно након замене бројних вредности $l = 2,25 \text{ cm}$ [1п].
(б) Појачана осетљивост уха може се очекивати на фреквенцијама које одговарају вишим хармоницима стојећег таласа. На основу општег израза за фреквенцију n -тог хармоника $\nu_n = \frac{(2n-1)u}{4l}$ [6п], где је $n = 1, 2, \dots$, опсегу звучних таласа (до 20 kHz) припадају још $\nu_2 = 3\nu = 11,3 \text{ kHz}$ [2п] и $\nu_3 = 5\nu = 18,9 \text{ kHz}$ [2п].
4. Таласне дужине фотона λ_1 и λ_2 су одређене Ајнштајновом једначином фотоэффекта $\frac{hc}{\lambda_1} = T_1 + A_i$ и $\frac{hc}{\lambda_2} = T_2 + A_i$ [8п], где су T_1 и T_2 кинетичке енергије фотоелектрона. Под утицајем Лоренцове силе фотоелектрони ће описивати путање полупречника r крећући се брзинама v_1 и v_2 које су одређене са $\frac{m_e v_1^2}{r} = e v_1 B_1$ и $\frac{m_e v_2^2}{r} = e v_2 B_2$ [6п], на основу чега добијамо кинетичке енергије фотоелектрона $T_1 = \frac{(e B_1 r)^2}{2m_e}$ и $T_2 = \frac{(e B_2 r)^2}{2m_e}$ [2п]. Таласне дужине фотона су $\lambda_1 = hc / \left(\frac{(e B_1 r)^2}{2m_e} + A_i \right)$ и $\lambda_2 = hc / \left(\frac{(e B_2 r)^2}{2m_e} + A_i \right)$ [2п], односно након замене бројних података $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$ и $\lambda_2 = 339 \text{ nm}$ [2п].
5. (а) Дужина првог свемирског брода у лабораторијском систему је на основу закона контракције дужине $L_1 = l_1 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}$, а другог $L_2 = l_2 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}$ [2п]. Нека се у тренутку $t = 0$ преклапају предњи крај првог и задњи крај другог брода и нека је њихова координата x_0 . Зависност координате задњег краја првог брода од времена је $x_1(t) = x_0 - L_1 + v_1 t$, а зависност координате предњег краја другог брода је $x_2(t) = x_0 + L_2 + v_2 t$ [1п]. Претицање се завршава у тренутку T одређеном условом $x_1(T) = x_2(T)$ [2п], одакле је $T = \frac{l_1 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} + l_2 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}}{v_1 - v_2}$ [2п], односно $T = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ [1п].
(б) Време претицања бродова у систему S' је једнако $T' = \frac{l_1 \sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2}} + l_2 \sqrt{1 - \frac{u_2^2}{c^2}}}{u_1 - u_2}$ [2п], где су $u_1 = \frac{v_1 - V}{1 - \frac{v_1 V}{c^2}}$ и $u_2 = \frac{v_2 - V}{1 - \frac{v_2 V}{c^2}}$ [2п] брзине бродова у систему S' . Из претходних једначина следи $T' = \frac{a - bV}{(v_1 - v_2) \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$, где је $a = l_1 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} + l_2 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}$ и $b = \frac{v_2}{c^2} l_1 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} + \frac{v_1}{c^2} l_2 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}$ [2п]. Први извод функције $T'(V)$ је $\frac{dT'(V)}{dV} = \frac{a \frac{V}{c^2} - b}{(v_1 - v_2) \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{3/2}}$. Из претходног израза закључујемо да је $\frac{dT'(V)}{dV} = 0$ за $V = V_{\text{kr}} = \frac{bc^2}{a}$, а да је $\frac{dT'(V)}{dV} > 0$ за $V > V_{\text{kr}}$ и $\frac{dT'(V)}{dV} < 0$ за $V < V_{\text{kr}}$ [3п]. Одатле следи да функција $T'(V)$ има минимум за $V = \frac{bc^2}{a}$, односно $V = \frac{v_2 l_1 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} + v_1 l_2 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}}{l_1 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} + l_2 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}}$ [2п], тј. $V = 2,2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [1п].

Задатке припремили: др Ненад Вукмировић и Вељко Јанковић, Институт за физику у Београду
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад

Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику у Београду

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: др Божидар Николић, Физички факултет, Београд