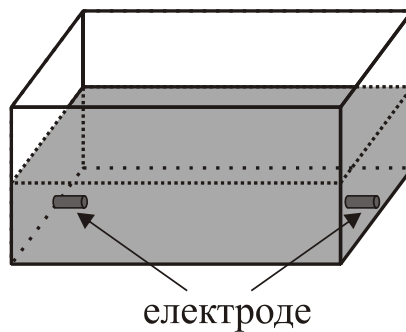




*Експериментални задаци (20+10 поена):
Сензор количине воде и положаја корњаче у акваријуму*

Перица је за рођендан добио нови акваријум. То га је веома обрадовало, јер је у школи тих дана из физике учио о Омовом закону, па је хтео да провери да ли Омов закон важи за провођење струје у пијаћој води. Познато је да је дестилована вода изолатор, али пијаћа вода у себи садржи разне соли, па се понаша као електролит и проводи струју. Тако је Перица осмислио експеримент у коме ће уронити две електроде у акваријум, прикључити батерију између електрода и мерити јачину струје у колу (слика 1). Батерију напона 9 V је купио у оближњој продавници. Затим је обишао неколико радњи у Београду које продају електронске компоненте и у њима је купио жице које су му потребне за експеримент, али нажалост ниједна од тих радњи није имала одговарајући инструмент за мерење јачине струје и напона. Ипак, то није обесхрабрило Перицу и отишао је на пијацу на отвореном на Новом Београду (популарни “Бувљак“), где је купио два мултиметра – инструмента који могу да мере јачину струје или напон у зависности од положаја преклопника на инструменту.



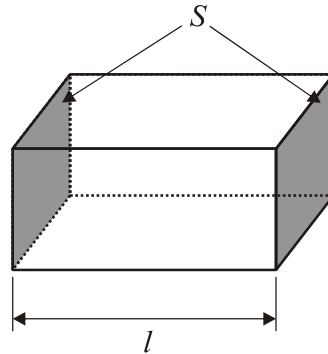
Слика 1

Кад је дошао кући, Перица је са одушевљењем поставио експеримент и извршио мерења зависности отпорности између електрода од висине течности у акваријуму. Очекивао је да ће отпорност између електрода бити обрнуто пропорционална висини течности у акваријуму. Резултати које је добио су за њега били потпуно неочекивани – добио је да отпорност престаје да зависи од висине течности у акваријуму након што ниво воде достигне неку вредност.

Сутрадан се Перица јавио на часу физике и рекао наставници да их је погрешно научила и да Омов закон не важи. Наставница је похвалила Перицу што је самостално изводио експерименте код куће и објаснила је у више детаља под којим условима важи једначина коју су учили у школи

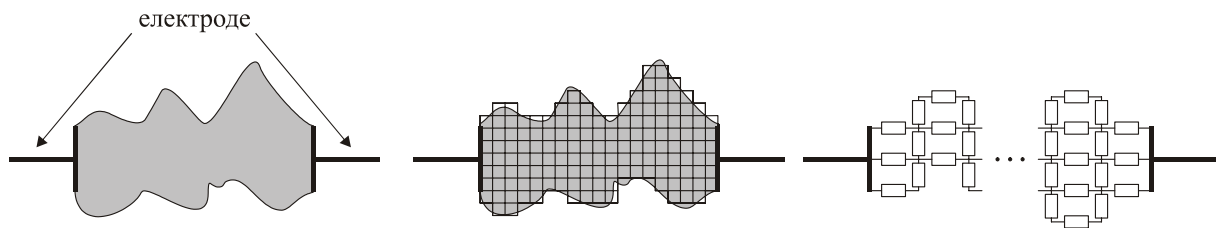
$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (1)$$

У овој формули R је отпорност тела, ρ је специфична отпорност, l је дужина тела, а S је површина попречног пресека тела (слика 2). Наставница је објаснила да наведена формула одређује отпорност када се мери између идеално проводних електрода (означених сивом бојом) чија је површина једнака површини попречног пресека тела. У експерименту који је извео Перица то није био случај јер површина електрода није једнака површини попречног пресека тела.



Слика 2.

Наставница је даље објаснила да се у пракси често срећу тела која немају правилан облик, као и електроде које не испуњавају наведене услове (слика 3). У таквим случајевима, некад је могуће извести аналитичку формулу којом се отпорност изражава у зависности од специфичне отпорности и геометријских параметара. Ипак, често то није могуће урадити. Да би се израчунао отпор у овим случајевима, тело неправилног облика може да се подели на велики број малих тела правилног облика (нпр. облика квадрата), слика 3. На сваки од ових малих делова примењује се формула (1). Тако се рачунање отпорности неправилног тела своди на рачунање еквивалентне отпорности мреже отпорника, при чему је отпорност сваког од тих отпорника добијена из формуле (1).



Слика 3.

На наведени начин могуће је израчунати и отпор између две електроде са слике 1. То није могуће урадити аналитички, већ за то мора да се користи одговарајућа нумеричка симулација на рачунару. Оваква симулација даје зависност отпорности између електрода од геометријских параметара система и специфичне отпорности течности. Када се зна ова веза, могуће је одредити отпор за познату специфичну отпорност, али и одредити специфичну отпорност када је познат отпор између електрода.

Некад је zgodније уместо отпорности и специфичне отпорности користити проводност G и специфичну проводност σ , при чему важи $G = 1/R$ и $\sigma = 1/\rho$. Јединица за проводност је Сименс ($[G] = S$). На основу нумеричке симулације система са слике 1, добијено је да је зависност проводности од запремине течности у акваријуму описана следећом приближном формулом:

$$G = G_0 \left(1 - e^{-V/V_0}\right), \quad (2)$$

где је V запремина течности, а

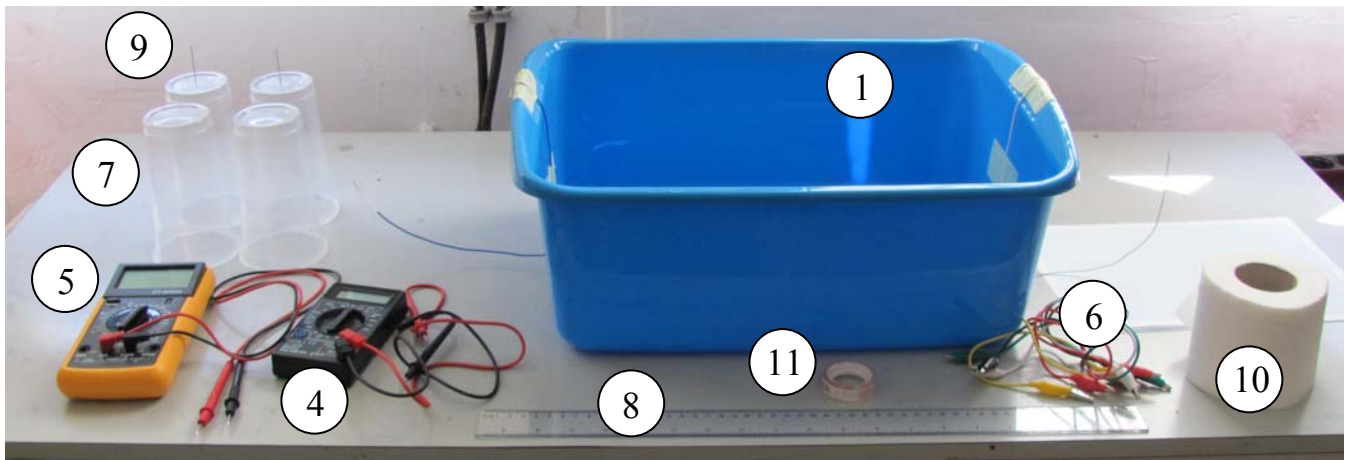
$$G_0 = \frac{\pi}{2} \cdot a \cdot \sigma, \quad (3)$$

$$V_0 = 3 \cdot a \cdot S_0.$$

Притом је a параметар који зависи од геометријских особина система (дужина и пречник електрода, димензије посуде,...) и који има димензије дужине, σ је специфична проводност електролита, а S_0 је средња површина хоризонталног попречног пресека акваријума.



Експериментална апаратура



Слика 4 – бројеви на слици одговарају редним бројевима у списку апаратуре

Фотографија апаратуре дата је на слици 4. На располагању су вам:

1. Плава кадица, која служи као модел акваријума, у којој се налазе две електроде причвршћене на дну. **Електроде приликом рада не померати!**
2. Црвена кофа напуњена водом (није приказана на слици 4). Количина воде у кофи би требало да буде довољна за извођење целог експеримента. Ипак, уколико је такмичару потребно, комисија ће обезбедити још воде.
3. Батерија која омогућава стварање разлике потенцијала између електрода (није приказана на слици 4, већ је запакована у одговарајућу фабричку амбалажу).
4. Инструмент који омогућава мерење напона између електрода (који не мора бити идентичан ономе са слике) и одговарајући конектори. Да би се инструмент користио за мерење напона, потребно је преклопник поставити у положај који је означен са DCV или V \equiv у зависности од инструмента (уколико инструмент који сте добили нема ниједну од тих ознака позовите члана комисије). Грешка мерења напона је једнака збиру 0,25% вредности мерења и тежине најмањег децималног места при мерењу (нпр. за измерену вредност 2,56V грешка је $0,0025 \cdot 2,56V + 0,01V$).
5. Инструмент који омогућава мерење јачине струје и одговарајући конектори (мултиметар Mastech MAS830, донација компаније МикроПринц). Да би се инструмент користио за мерење струје, потребно је преклопник поставити у положај који је означен са A \equiv . Грешка мерења јачине струје је једнака збиру 0,5% вредности мерења и тежине најмањег децималног места при мерењу (нпр. за измерену вредност 2,56mA грешка је $0,005 \cdot 2,56mA + 0,01mA$).
6. Пет каблова са крајевима у облику штипаљке (“крокодилке”).
7. Две чаше запремине 4 dL које служе за сипање воде у акваријум. На чашама се налази цртица која означава до ког нивоа треба напунити чашу да би запремина воде у њој била једнака 4dL. Грешку одређивања ове запремине треба сами да процените.
8. Лењир који можете користити за цртање графика и за мерење дужине.
9. Две чаше са избушеним дном у које је забодена игла, које ће у другом делу задатка бити коришћене као модел пластичне корњаче.
10. Папирни убриси, који служе за брисање ако проспете воду или наквасите руке.
11. Лепљива трака (селотејп) који може да послужи за причвршћивање лењира у одређени положај.



Задатак 1. Сензор количине воде у акваријуму (20 поена)

Перица је био веома разочаран што није увек могуће аналитички израчунати како проводност зависи од геометријских параметара система и специфичне проводности материјала. Да би га утешила, наставница му је дала следећи задатак када је могуће да се проблем реши аналитички. Помозите Перици да реши тај задатак.

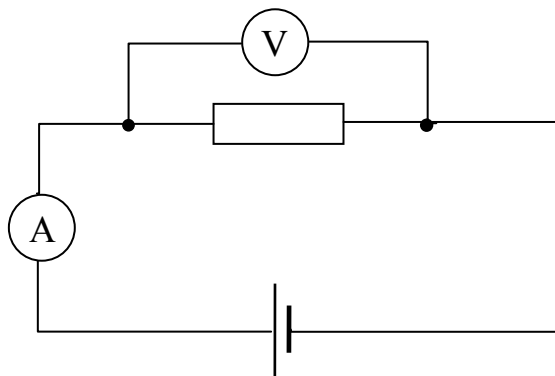
- 1.1. Две идентичне металне сферне електроде полупречника r су постављене у бесконачну средину проводности σ . Растојање између електрода је много веће од њиховог пречника. Показати да је проводност између електрода једнака $G = \beta r \sigma$, где је β бездимензиона нумеричка константа чију вредност треба одредити.

(2 поена)

Након што је решио овај задатак, Перица се орасположио. Посебно је постао срећан кад је увидео да једначина (2) може да се искористи да се на основу мерења проводности утврди запремина воде у акваријуму. Ипак, да би то било могуће, потребно је извршити детаљна мерења зависности проводности од запремине воде у акваријуму. Перица се зато обратио Комисији за такмичења, која је одлучила да то да као задатак на 6. Српској физичкој Олимпијади.

- 1.2. Имајући у виду једначину (2), одредити колика је вредност проводности када је запремина течности у посуди велика ($V \gg V_0$). Решење дати у општим бројевима у зависности од параметара G_0 и V_0 .

(1 поен)



Слика 5

- 1.3. Повезати апаратуру према шеми приказаној на слици 5 (на тој слици правоугаоник представља кадицу са течношћу). Измерити зависност проводности између електрода од запремине воде и направити одговарајућу табелу. Проценити грешке свих величина. Проводност одредити на основу мерења јачине струје у колу и напона између електрода. За сваку следећу тачку додати једну чашу воде (4 d1). Укупан број мерних тачака треба да буде **најмање 30**.

Важне напомене:

- Пожељно је све експерименталне тачке измерити у једној серији, без развезивања каблова или већих застоја током те серије.
- Након сипања сваке нове чаше воде, сачекати да се бројне вредности на инструментима за мерење јачине струје и напона стабилизују пре њиховог читавања.
- Кад завршите са серијом мерења, развезите коло и испразните акваријум (да се



батерија не би трошила и да се јони електролита не би таложили на електродама док обрађујете експерименталне податке). Приликом пражњења акваријума пазите да се електроде не помере.

(5 поена)

1.4. Нацртати график зависности проводности од запремине воде.

(2 поена)

1.5. Користећи график нацртан у делу 1.4, одредити параметар G_0 , као и његову грешку.

(1 поен)

1.6. На погодан начин линеаризовати једначину (2) тако да се са одговарајућег графика може одредити параметар V_0 . Треба имати у виду да је параметар G_0 сад познат.

(1 поен)

1.7. На основу извршене линеаризације нацртати одговарајући график. Са овог графика одредити параметар V_0 као и грешку његовог одређивања. Ако неке мерне тачке не узимате у обзир при фитовању, објаснити зашто.

(4 поена)

1.8. Одредити специфичну проводност воде и грешку њеног мерења. Сматрати да је површина попречног пресека акваријума једнака $S_0 = (12,3 \pm 0,7)\text{dm}^2$.

(2 поена)

Као што смо поменули, Перица жели да мерењем проводности одређује запремину воде у акваријуму. Осетљивост S оваквог мерења се дефинише као однос мале промене проводности и мале промене запремине, тј. $S = dG / dV$.

1.9. На основу формуле (2) одредите при којој запремини воде у акваријуму је осетљивост мерења највећа, а кад је најмања? Одредити бројну вредност (није потребно одређивати грешку) највеће могуће осетљивости користећи се претходно добијеним резултатима мерења.

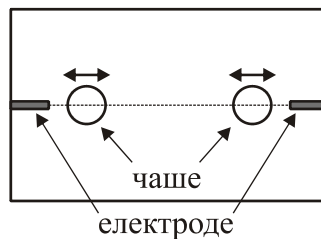
(2 поена)



Задатак 2. Сензор положаја корњача у акваријуму (10 поена)

Перица планира да у акваријуму чува две корњаче. Пошто од Удружења за заштиту животиња није добио дозволу да пушта струју кроз акваријум са живим корњачама, Перица је набавио две пластичне корњаче. У нашем експерименту смо пластичне корњаче заменили пластичним чашама са избушеним дном окренутим наопако (слике 6 и 7). Корњаче се крећу једна другој у сусрет дуж осе која спаја електроде. Перица, као одличан физичар, је схватио да мерењем проводности између електрода може да одреди положај корњача приликом кретања.

поглед одозго



Слика 6.

Као што је наставница већ објаснила Перици, проводност између електрода зависи поред специфичне отпорности течности и од геометријских особина система. Ово се, на пример, види по зависности проводности од висине (запремине) воде у посуди измереној у делу задатка 1. Геометријски параметри проводника (воде) могу да се промене и тако што се у воду стави неки изолатор, као што су пластичне чаше. На пример, када се у акваријум ставе две чаше са избушеним дном геометријски параметри (облик проводника) се мењају, слике 6 и 7. Ово доводи до промене проводности између електрода. Геометријске особине проводника се мењају и када се чаше померају, па се самим тим мења и проводност између електрода. Ово омогућава детекцију положаја пластичне корњаче на основу мерења проводности између електрода. Чаше су увек постављене симетрично тако да је растојање леве чаше од леве електроде једнако растојању десне чаше од десне електроде. Притом правац игле пресеца линију која спаја електроде.



Слика 7



У акваријум сипати 5 чаша воде.

2.1. Измерити зависност проводности између електрода од положаја чаша. Чаше померати дуж линије која спаја електроде, а која је означена на дну акваријума. Чаше притом увек треба да буду симетрично постављене. За прву тачку чаше треба да додирују електроде. При постављању чаша треба водити рачуна да се електроде не помере. За следеће 3 тачке чаше треба померати за по 5 mm, а за остале тачке за по 1 cm. Чаше померати све док се не додирну на средини акваријума. Положај чаша (тј. растојање чаше од електроде) мерити коришћењем лењира и игле која је забодена у чашу. Игла служи да би се лењиром лакше прочитао положај чаше (слика 7). Под растојањем чаше од електроде подразумевати растојање тачке на чаши која је најближа тој електроди (тако је у почетном положају то растојање једнако нули). Селотејп можете искористити да лењир причврстите у одређени положај.

Одмах након што завршите са серијом мерења, позовите једног члана комисије који ће симетрично поставити чаше на вама непознати положај и прекрити акваријум тако да се не види где су чаше. Измерити проводност између електрода за тај положај чаша и записати резултат. У делу задатка 2.3 ћете искористити ово мерење да одредите непознати положај симетрично постављених чаша.

Важне напомене:

- а) Пожељно је све експерименталне тачке измерити у једној серији, без развезивања каблова или већих застоја током те серије.
- б) Након симетричног померања чаша, сачекати да се бројне вредности на инструментима за мерење јачине струје и напона стабилизују пре њиховог читавања.
- в) Приликом померања чаша, пазити да се игла у чаши не помери, односно водити рачуна да се правац игле увек поклапа са осом симетрије чаше.
- г) Кад завршите са серијом мерења, развезите коло и испразните акваријум (из истих разлога као и раније). Приликом пражњења акваријума пазите да се електроде не помере.

(4 поена)

2.2. На основу мерења из дела 2.1. нацртати график зависности проводности између електрода од растојања чаша од електрода.

(2 поена)

2.3. На основу добијене зависности (графика) може да се одреди положај чаша када су оне симетрично постављене у акваријуму. На основу мерења из дела 2.1. одредити непознати положај чаша и која је грешка одређивања тог положаја. Не треба да вас брине ако је **релативна** грешка положаја велика.

(2 поена)

2.4. На основу графика из дела 2.1. закључите да ли је могуће на основу мерења проводности одредити положај чаша за било који симетричан положај дуж осе која спаја електроде? Сматрати да је положај могуће одредити ако је апсолутна грешка мања од 1 cm.

(2 поена)

Аутори задатка:

Милан Жежељ, др Михаило Рабасовић и др Ненад Вукмировић, Институт за физику, Београд

Рецензенти:

Зоран Поповић, Физички факултет, Београд

Стефан Богдановић и др Александар Крмпот, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичења средњих школа:

др Александар Крмпот, Институт за физику, Београд