

Problem mjeseca aprila (Resenje)

Petar Tadic, Gimnazija „Stojan Cerovic“, Niksic
III razred

Kako je udar olovke o pod elastican, znamo da ce se pri njemu odrzavati ukupna mehanicka energija sistema. Sila koja ce pri udaru djelovati na stap je sila reakcije podloge N. Smatracu da udar olovke o podlogu traje veoma kratko, ali konacno vrijeme. Prvo cu napisati zakon odrzanja energije:

$$\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{Iw^2}{2}, I = \frac{1}{12}ml^2$$

Sada predjimo na II Njutnov zakon za olovku: $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \sum F = N$; $\frac{\Delta L}{\Delta t} = \sum M = N \frac{l}{2} \cos 30$, iz ove dvije jednacine imamo:

$$\Delta L = \Delta p \frac{l}{2} \cos 30, Iw = m(V_1 - V_2) \frac{l \sqrt{3}}{2}$$

Poslije sredjivanja ovih jednacina dobijamo dvije jednacine sa dvije nepoznate velicine:

$$1) V_1^2 = V_2^2 + \frac{w^2 l^2}{12}; 2) w^2 l^2 = 27(V_1 - V_2)^2;$$

Resenja ovog sistema su: $V_2 = V_1$, $V_2 = \frac{5}{13}V_1$. Posmatrajmo drugi slucaj kada olovka dobija ugaonu brzinu: $w = \frac{3\sqrt{3}(V_1 - V_2)}{l}$. Znajuci da je $V_1 = \sqrt{2g(h - \frac{l}{2} \sin 30)} = 4.32 \frac{m}{s}$, imamo $V_2 = 1.7 \frac{m}{s}$ i $w = 69 \frac{rad}{s}$. Brzina V_2 je usmjerena nanize. Posto ce u vertikalnom pravcu olovka preci 0.05m u najboljem slucaju, maksimalna promjena brzine moze biti $0.26 \frac{m}{s}$, mada je ocigledno da ce promjena biti manja jer ce olovka do udara drugog kraja u pod preci manje rastojanje od 0.05m (centar mase olovke) tako da cu uzeti da je brzina konstantna na ovom putu i iznosi $1.7 \frac{m}{s}$.

Da olovka postane horizontalna potrebno je vrijeme od $t_1 = 0.0076s$, za to vrijeme centar mase se spusti za (priblizno) $x=0,013m$. Pri udaru olovke u pod ugao izmedju olovke i poda ce biti: $\theta = \frac{\frac{l}{2}x - s}{\frac{l}{2}}$, koristio sam aproksimaciju za male uglove da je $\sin(A)=A$, za $A \ll 1$. Izraz za ugao mozemo napisati na sledeci nacin: $wt_2 = \frac{1}{2} - \frac{2x}{l} - \frac{2V_2 t_2}{l}$, rjesavanjem ove jednacine dobijamo: $t_2 = 0.004s$.

Ukupno vrijeme izmedju dva udara olovke o pod iznosi $t = t_1 + t_2 = 0.0116s$.